Analyse Série 1

Ne pas rédiger de raisonnements sur l'énoncé ! Résoudre les exercices sur des feuilles quadrillées !

Exercice 1 :

Pour chaque situation décrite ci-dessous,

a) Représentez f, puis hachurer l'aire "sous la courbe" f entre a et b

b) Déterminer par calculs ces aires hachurées.

1) $f(x) = 2x + 4$	$a = -2$	$b = 0$
2) $f(x) = 2x + 4$	$a = -4$	$b = -3$
3) $f(x) = 2x + 4$	$a = -3$	$b = -1$
4) $f(x) = 2x + 4$	$a = -2{,}5$	$b = 2$
5) $f(x) = 3x - 6$	$a = 0$	$b = 3$

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + 1$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
Notons $A(t)$ l'aire "sous f" entre 0 et t, où t est un nombre réel > 0.

a) Effectuez un croquis de cette situation
b) Exprimer $A(t)$ de manière algébrique
c) Calculer $A'(t)$
d) Que pouvez-vous dire de $A'(t)$?

Exercice 3 :

Déterminer une fonction F dont la fonction dérivée est f :

a) $f(x) = 2x$
b) $f(x) = x^3 + 4$
c) $f(x) = x^{-2} - x$
d) $f(x) = 4 \cdot \sin(x)$
e) $f(x) = \frac{2}{3} \cdot \cos(x)$
f) $f(x) = \sqrt{x}$
g) $f(x) = \frac{1}{x^3} + 1$
h) $f(x) = x^{-10} - 5x^2$
i) $f(x) = \sqrt[4]{x} - 0{,}2$
j) $f(x) = 0$

Solutions :

Ex 1: 1) $A = 4$ 2) $A = 3$ 3) $A = 2$ 4) $A = 16{,}25$ 5) $15/2$

Ex 2: b) $A(t) = t + t^2$ c) $A'(t) = 1 + 2t$ d) $A'(t) = f(t)$

Ex 3: a) $F(x) = x^2$ b) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + 4x$ c) $F(x) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{2}x^2$ d) $F(x) = -4\cos(x)$ e) $F(x) = \frac{2}{3}\sin(x)$ f) $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ g) $F(x) = -\frac{1}{2x^2} + x$ h) $F(x) = \frac{1}{-9x^9} - \frac{5}{3}x^3$ i) $F(x) = \frac{4}{5}\sqrt[4]{x^5} - 0{,}2x$
j) $F(x) = une\ constante$

Exercice 4 : Cherchez toutes les primitives de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = ax^{19}$

b) $f(x) = x^{-n}$

c) $f(x) = \frac{5}{x^4}$

d) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 7x$

e) $f(x) = x(2 - 4x)$

f) $f(x) = x \cdot \sqrt{x}$

g) $f(x) = 8ax^5$

h) $f(x) = x(x-3)(x+d)$

i) $f(x) = \frac{2\sqrt[5]{x}}{3}$

j) $f(x) = \frac{a}{x^8}$

---

k) $f(x) = \cos(3x)$

l) $f(x) = (1-2x)^3$

m) $f(x) = (3x+1)^{\frac{3}{2}}$

n) $f(x) = x(x^2-1)^4$

o) $f(x) = \sqrt[3]{1+2x}$

p) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5x}}$

q) $f(x) = \frac{x^2}{(x^3+2)^5}$

r) $f(x) = x^3 \sin(x^4)$

s) $f(x) = x^2\sqrt{x^3-3}$

t) $f(x) = (x^6 - x)^7(6x^5 - 1)$

---

u) $f(x) = \sin^2(x)\cos(x)$

v) $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{3x^2+2x}}$

w) $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

x) $f(x) = \sin(ax+b)$

y) $f(x) = \sqrt{2px}$

z) $f(x) = (x^3 - x^2 + x)^4(6x^2 - 4x + 2)$

aa) $f(x) = \sin(x)\cos^3(x)$

bb) $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)}$

Solutions ex 4 :

a) $F(x) = \frac{a}{20}x^{20} + c, c \in \mathbb{R}$ b) $F(x) = \frac{1}{-n+1}x^{-n+1} + c, c \in \mathbb{R}$ c) $F(x) = -\frac{5}{3x^3} + c, c \in \mathbb{R}$

d) $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 + c, c \in \mathbb{R}$ e) $F(x) = x^2 - \frac{4}{3}x^3 + c, c \in \mathbb{R}$ f) $F(x) = \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + c, c \in \mathbb{R}$

g) $F(x) = \frac{4}{3}ax^6 + c, c \in \mathbb{R}$ h) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}dx^3 - x^3 - \frac{3}{2}dx^2 + c, c \in \mathbb{R}$ i) $F(x) = \frac{5}{9}\sqrt[5]{x^6} + c, c \in \mathbb{R}$

j) $F(x) = -\frac{a}{7x^7} + c, c \in \mathbb{R}$ k) $F(x) = \frac{\sin(3x)}{3} + c, c \in \mathbb{R}$ l) $F(x) = -\frac{1}{8}(1-2x)^4 + c, c \in \mathbb{R}$

m) $F(x) = \frac{2}{15}(3x+1)^{\frac{5}{2}} + c, c \in \mathbb{R}$ n) $F(x) = \frac{1}{10}(x^2-1)^5 + c, c \in \mathbb{R}$ o) $F(x) = \frac{3}{8}\sqrt[3]{(1+2x)^4} + c, c \in \mathbb{R}$

p) $F(x) = \frac{2}{5}\sqrt{5x} + c, c \in \mathbb{R}$ q) $F(x) = -\frac{1}{12(x^3+2)^4} + c, c \in \mathbb{R}$ r) $F(x) = -\frac{\cos(x^4)}{4} + c, c \in \mathbb{R}$

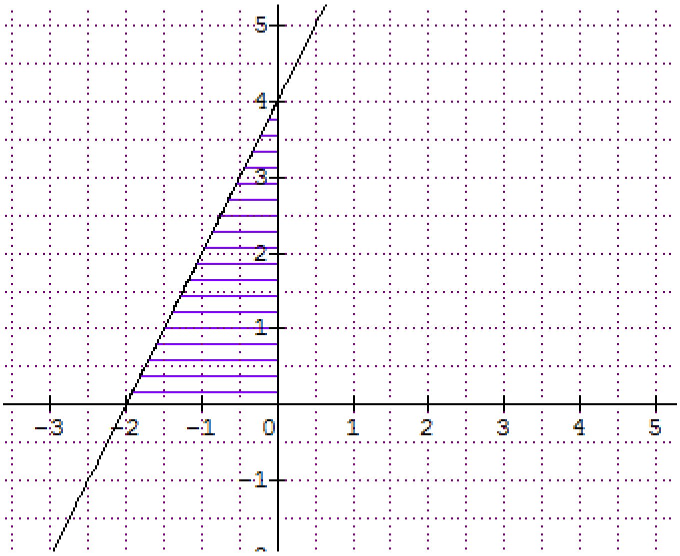
s) $F(x) = \frac{2}{9}\sqrt{(x^3-3)^3} + c, c \in \mathbb{R}$ t) $F(x) = \frac{1}{8}(x^6-x)^8 + c, c \in \mathbb{R}$ u) $F(x) = \frac{1}{3}\sin^3(x) + c, c \in \mathbb{R}$

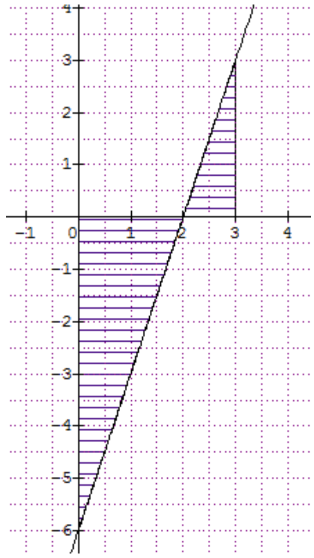
v) $F(x) = \sqrt{3x^2+2x} + c, c \in \mathbb{R}$ w) $F(x) = \frac{1}{2}\ln(x^2-1) + c, c \in \mathbb{R}$ x) $F(x) - \frac{\cos(ax+b)}{a} + c, c \in \mathbb{R}$

y) $F(x) = \sqrt{2p} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c, c \in \mathbb{R}$ z) $F(x) = \frac{2}{5}(x^3 - x^2 + x)^5 + c, c \in \mathbb{R}$

aa) $F(x) = -\frac{1}{4}\cos^4(x) + c, c \in \mathbb{R}$ bb) $F(x) = -\sin^{-1}(x) + c, c \in \mathbb{R}$

ex 1

1) 

5) 

Ex 2: a)