

Equations différentielles Série 4

Exercice 1 :

Prouver que les équations différentielles suivantes sont de Bernoulli, puis résolvez-les :

- 1) $(1 - x^2)y' - xy - axy^2 = 0$
 - 2) $y - y' \cos(x) = y^2 \cos(x) (1 - \sin(x))$
-

Exercice 2 :

Résolvez les équations linéaires sans second membre suivantes :

- 1) $y'' - y' = 0$
 - 2) $4y'' - 12y' + 9y = 0$
 - 3) $y^{(4)} - 5y'' + 4y = 0$
 - 4) $y'' - 5y' + 6y = 0$
-

Exercice 3 :

Résolvez les équations différentielles linéaires suivantes (a est une constante)

- 1) $y'' + y' - 2y = 8 \sin(2x)$
 - 2) $y'' - 2ay' + a^2y = e^x$
 - 3) $y'' - 2y' - 3y = 3x^2 + 1$
-

Exercice 4 :

- 1) Résolvez l'équation différentielle $y'' - a^2y = 0$, puis déterminez la solution particulière vérifiant : $y(0) = 1$ et $y''(0) = 8$
 - 2) Déterminer la solution de l'équation différentielle $5y'' + 3y' - 2y = 0$, vérifiant : $y(1) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$
-

Exercice 5 : Résolvez les équations différentielles suivantes :

- 1) $xyy' = 1 - x^2$
- 2) $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x^3$
- 3) $y' + y = y^2(\cos(x) - \sin(x))$
- 4) $xy' - y = y^3$
- 5) $y'' - 2y' = x^2 - 1$
- 6) $y'' - 4y' + 4y = x^2$
- 7) $y' = \frac{y}{x} - 1$
- 8) $y' = \operatorname{tg}(x)y + \cos(x)$
- 9) $y dx + (2\sqrt{xy} - x) dy = 0$
- 10) $(x - y)y dx - x^2 dy = 0$

Solutions Equations différentielles Série 4

Exercice 1 :

$$1) t = \frac{1}{y} \text{ donc } t' = -\frac{y'}{y^2}$$

$$y = \frac{1}{k\sqrt{1-x^2}-a}$$

$$2) y = \frac{1}{k\left|\frac{\cos(x)}{1+\sin(x)}\right| + \frac{\sin(x)\cos(x)}{1+\sin(x)}}$$

Exercice 2 :

$$1) y = Ae^x + Be^{0x} = Ae^x + B$$

$$2) y = (Ax + B)e^{x^{\frac{3}{2}}}$$

$$3) y = Ae^x + Be^{-x} + Ce^{2x} + De^{-2x}$$

$$4) y = Ae^{3x} + Be^{2x}$$

Exercice 3 :

$$1) a) y = Ae^x + Be^{-2x} \quad b) y_p = -\frac{6}{5}\sin(2x) - \frac{2}{5}\cos(2x)$$

$$\text{donc } y = Ae^x + Be^{-2x} - \frac{6}{5}\sin(2x) - \frac{2}{5}\cos(2x)$$

$$2) a) y = (Ax + B)e^{ax} \quad b) y_p = \frac{1}{(n-1)^2}e^x$$

$$3) a) y = Ae^{3x} + Be^{-x} \quad b) y_p = -x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{17}{9}$$

Exercice 4 :

$$1) y = Ae^{\sqrt{8}x} + B^{-\sqrt{8}x}$$

$$2) y = \frac{e^1}{e^x} + 0e^{\frac{2}{5}x} = e^{1-x}$$

Exercice 5 :

$$1) x^2 + y^2 = \ln(x^2) + 2c$$

$$2) y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{c}{x^2}$$

$$3) \frac{1}{y} = -\sin(x) + Ce^x$$

$$4) x = \frac{Cy}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$5) y = A + Be^{2x} + \frac{x}{4} - \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{6}$$

$$6) y = (A + Bx)e^{2x} + \frac{1}{8}(2x^2 + 4x + 3)$$

$$7) y = x \ln\left(\frac{C}{x}\right)$$

$$8) y = \left(\frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4} + C\right) \left(\frac{1}{\cos(x)}\right)$$

$$9) \sqrt{\frac{x}{y}} + \ln|y| = c$$

$$10) x = Ce^{\frac{x}{y}}$$