

# Nombres Complexes Série 3

---

## Exercice 1 :

Résolvez les équations suivantes :

a)

$$1) (2 + i)z - (5 + 2i) = 8 - 3i$$

$$2) (z + i)(4 + 2i) - (z + 2)(4 + 2i) = 24 + 2i$$

$$3) \frac{(1+2i)z+(2-3i)}{(5+i)z+(27-20i)} = -6$$

b)

$$1) (1 + i)z + (5 - 3i)\bar{z} = 20 + 20i$$

$$2) \operatorname{Im}(\bar{z} + 1) + i\operatorname{Re}(-z + 2) = -0,5 - 6i$$


---

## Exercice 2 :

Calculer les racines carrées de  $z = 4 + 3i$  et de  $w = -1 - 2\sqrt{2}i$

*Le but de l'exercice n'est pas d'utiliser les formules du cours mais de refaire la démarche qui a permis d'aboutir à ces formules.*

---

## Exercice 3 :

a) Calculer les racines carrées de :

$$1) 15 - 8i$$

$$2) -i$$

b) Résoudre

$$1) (z - 2)^2 = 289$$

$$2) (3z + 2)^2 = -1,44$$

c) Résoudre :

$$1) z^2 + 5z + 10 = 0 \quad 2) 2z^2 - z + 1 = 0$$

$$3) 2z^2 - 3z + 10 = 0 \quad 4) z^4 + 5z^2 + 4 = 0$$

d) Résoudre :

$$1) (1 + i)z^2 + (i - 6)z + (2 - 3i) = 0$$

$$2) (i - 3)z^2 + (7 - 11i)z + (4 + 6i) = 0$$

$$3) z^2 - 2\sqrt{5}z - 12i = 0$$

$$4) z^4 + 2(2i - 1)z^2 - (3 - 4i) = 0$$

e) Résoudre :

$$1) z^3 - 1 = 0$$

$$2) z^4 + 1 = 0$$

$$3) z^2 + 2\bar{z} + 5 = 0$$

## Exercice 4 :

Résoudre les équations suivantes :

$$1) z^2 + z(1 - i) + (-4 + 7i) = 0$$

$$2) z^2 - (3 + 2i)z + 3i - 1 = 0$$

## Exercice 5 :

$$f(x) = 2x^2 + 2x + 1$$

Calculer les zéros de  $f$  puis factoriser ce polynôme.

## Exercice 60 :

$$P(z) = z^4 - 5z^3 + 10z^2 - 10z + 4$$

- 1) Vérifier que 1 et 2 sont des zéros de  $P$ .
- 2) Factoriser  $P$  et calculer les deux autres zéros de  $P$ .
- 3) Décomposer  $P(z)$  en produit de facteurs de degré 1.

## Exercice 7 :

a) Calculer  $z$ , sachant que :

$$1) \operatorname{Im}(\bar{a} \cdot z) = 0 \text{ et } a = \sqrt{2} + i \text{ et } |z| = 2$$

$$2) z \cdot \bar{a} = 10 \text{ et } a = 2 + i$$

b) Résoudre les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} 3z_1 + 2z_2 = 7 + i \\ 5z_1 - 3z_2 = -1 + 8i \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} iz_1 - 5z_2 = 13 \\ 2z_1 - 3iz_2 = 13i \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} iz_1 + z_2 + (2 + i)z_3 = -7 \\ z_1 + 2z_2 = 6 - 5i \\ 5z_2 - z_3 = 13 - 7i \end{cases}$$

## Solutions NCS3 :

---

### Exercice 1 :

a) 1)  $S = \{5 - 3i\}$  2)  $S = \emptyset$  e)  $S = \{-4 + 5i\}$

b) 1)  $S = \{-5i\}$  2)  $S = \left\{8 + \frac{1}{2}i\right\}$

---

### Exercice 2 :

Pour  $z : \pm \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}\right)$

Pour  $w : \pm (1 - i\sqrt{2})$

---

### Exercice 3 :

a) 1)  $4 - i; -4 + i$  2)  $\frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i); -\frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$

b) 1)  $S = \{-15; 19\}$  2)  $S = \left\{-\frac{2}{3} + \frac{2}{5}i; -\frac{2}{3} - \frac{2}{5}i\right\}$

c) 1)  $S = \left\{\frac{-5 \pm i\sqrt{15}}{2}\right\}$  2)  $S = \left\{\frac{1 \pm i\sqrt{7}}{4}\right\}$  3)  $S = \left\{\frac{3 \pm i\sqrt{71}}{4}\right\}$  4)  $S = \{-2i; -i; i; 2i\}$

d) 1)  $S = \left\{2 - 3i; \frac{1}{2}(1 - i)\right\}$  2)  $S = \left\{3 - 2i; \frac{1}{5}(1 - 3i)\right\}$

3)  $S = \{\sqrt{2}i; -\sqrt{2}i; 2\sqrt{2} - \sqrt{2}i; -2\sqrt{2} + \sqrt{2}i\}$  4)  $S = \{i; -i; 2 - i; -2 + i\}$

e) 1)  $S = \left\{1; \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}; \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right\}$  2)  $S = \left\{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i; \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

3)  $S = \{1 + 2\sqrt{2}i; 1 - 2\sqrt{2}i\}$

---

### Exercice 4 :

1)  $z_1 = -3 + 2i$  et  $z_2 = 2 - i$

2)  $z_1 = i$  et  $z_2 = 3 + i$

---

### Exercice 5 :

Les zéros de  $f$  sont :  $z_1 = \frac{-1+i}{2}$  et  $z_2 = \frac{-1-i}{2}$

La factorisation de  $f$  est :  $f(x) = 2\left(x - \frac{-1+i}{2}\right)\left(x - \frac{-1-i}{2}\right) = 2\left(x + \frac{1-i}{2}\right)\left(x + \frac{1+i}{2}\right)$

---

### Exercice 6 :

$P(z) = (z - 1 - i)(z - 1 + i)(z^2 - 3z + 2)(z^2 - 2z + 2)$

Les zéros de  $p$  sont :  $1 + i, 1 - i, 1$  et  $2$

La factorisation complète de  $P$  est :  $P(z) = (z - 1 - i)(z - 1 + i)(z - 1)(z - 2)$

---

### Exercice 7 :

a) 1)  $z = \frac{2\sqrt{3}}{3}(\sqrt{2} + i); z = -\frac{2\sqrt{3}}{3}(\sqrt{2} + i)$  2)  $z = 4 + 2i$

b) 1)  $S = \{(1 + i; 2 - i)\}$  2)  $S = \{(2i; -3)\}$  3)  $S = \{(2 + i; 2 - 3i; -3 + 2i)\}$