

Probabilités Série 3

Exercice 1 :

Trouver l'aire comprise sous la courbe normale centrée et réduite entre :

- a) $x = 0$ et $x = 1,2$ c) $x = -0,46$ et $x = 2,21$ e) $x \geq -1,28$
b) $x = -0,65$ et $x = 0$ d) $x = 0,81$ et $x = 0,94$

Exercice 2 :

On considère une variable aléatoire X de loi normale $N(0 ; 1)$. Calculer :

- a) $P(0 \leq X \leq 1,42)$ b) $P(-1,37 \leq X \leq 2,01)$ c) $P(X \geq 1,13)$ d) $P(-0,5 \leq X \leq 0,5)$

Exercice 3 :

Supposons que la taille de 800 hommes est normalement distribuée avec une moyenne de 1m 75 et un écart-type de 10 cm.

- a) Trouver le nombre d'hommes dont la taille est supérieure à 1 m 90.
b) Si une publicité veut s'adresser au 5% des hommes dont la taille est la plus petite, quelle est la longueur maximale à prendre en compte ?

Exercice 4 :

Une entreprise produisant des bouteilles d'un litre de sirop ne veut pas mettre en vente des bouteilles contenant moins de 0,97 litre. D'autre part, les bouteilles contenant plus de 1,05 litres ne peuvent pas être fermées convenablement. Le système de remplissage est réglé sur 1,0 litre mais on sait que sa précision n'est pas absolue et que la quantité donnée à chaque bouteille suit une loi normale d'écart-type 0,2 litre. (et de moyenne 1 litre)

- a) Calculer le pourcentage de bouteilles acceptées
b) En admettant que le sirop des bouteilles rejetées n'est pas récupéré, est-il plus avantageux de régler le système de remplissage sur 1,01 litre de moyenne ? (On ne tient pas compte ici du prix des bouteilles vides)

Exercice 5 :

Pour une population de candidats à une section d'apprentissage, la distribution des points dans un test mental est normale avec 32,3 points de moyenne et un écart-type de 8,5 points. On décide que 10% des candidats seront orientés ailleurs car leur niveau est trop haut, alors que 30% des sujets seront orientés ailleurs parce que leur niveau est trop bas.

- a) Entre quelles limites le nombre de points d'un candidat doit-il se situer pour qu'il soit admis ?
b) Quelle est la probabilité qu'un candidat pris au hasard ait entre 30 et 34 points ?

Exercice 6 :

Supposons que le poids de 2000 gorilles est distribué normalement avec une espérance (moyenne) de 155 kg et un écart-type de 20 kg.

- Trouver le nombre de gorilles dont le poids est inférieur à 100 kg.
- Trouver le nombre de gorilles dont le poids est compris entre 120 et 130 kg.
- Quelle est la proportion de gorilles dont le poids est inférieur à 110 kg ?
- Quelle est la proportion de gorilles dont le poids est supérieur à 110 kg ?
- Si, lors d'une étude, on veut "éliminer" les 15 % des gorilles trop légers, quel sera le poids minimum des gorilles concernés par l'étude.

Exercice 7 :

Une usine utilise une machine automatique pour remplir des flacons contenant un certain produit en poudre. Par suite de variations aléatoires dans le mécanisme, le poids de poudre par flacon est une variable aléatoire de loi normale de moyenne m et d'écart-type 1,1 mg. Les flacons sont vendus comme contenant 100 mg de produit.

- La machine est réglée sur $m = 101,2$ mg. Quelle est la probabilité que le poids de produit dans un flacon soit inférieur au poids annoncé de 100 mg ?
- Sur quelle valeur de m faut-il régler la machine pour qu'au plus 4 % des flacons aient un poids inférieur au poids annoncé de 100 mg ?

Exercice 8 :

On admet que la longueur du pied d'un homme adulte suit une loi normale de moyenne 24 cm et d'écart-type 3 cm. Un fabricant de chaussettes étudie cette loi pour programmer sa production de chaussettes en taille et en quantité. Il décide de répartir sa production selon 5 tailles numérotées de 1 à 5 de la façon suivante : il prend un intervalle symétrique autour de la moyenne, de probabilité 0,9 ; il divise cet intervalle en 3 intervalles égaux correspondant aux tailles 2, 3 et 4 . Il obtient donc ainsi son total de 5 tailles.

- Déterminer les longueurs de pied qui délimitent ces 5 intervalles.
- Quelle est la part, en pourcentage, de la production totale à affecter respectivement à chacune des 5 tailles ?

Exercice 9 :

On a étudié le poids d'une population d'individus présentant certaines caractéristiques précises ; on a obtenu les résultats suivants : 20% des poids sont inférieures à 60 Kg et 30 % des poids sont supérieures à 80 Kg.

Si on suppose que le poids des individus présentant ces caractéristiques suit une loi normale, déterminer la moyenne et l'écart-type de cette loi.

Solutions Probabilités Série 3 :

Exercice 1 :

- a) 38,493% c) 66,369% e) 89,973%
 b) 24,215% d) 3,536%
-

Exercice 2 :

- a) 0,4222 c) 0,1292
 b) 0,8924 d) 0,3829
-

Exercice 3 :

- a) $P\left(Z \geq \frac{1,9-1,75}{0,1}\right) = 1 - \phi(1,5) = 6,6\%$ environ 53 hommes
 b) $P(X \leq u) = P\left(Z \leq \frac{u-1,75}{0,1}\right) = 1 - \phi\left(\frac{u-1,75}{0,1}\right) = 0,05 \Leftrightarrow \frac{u-1,75}{0,1} = -1,65 \Leftrightarrow X \leq 1,59 \text{ m}$
-

Exercice 4 :

- a) 15,83% b) Oui car ce pourcentage serait alors de 15,86%
-

Exercice 5 :

- a) Entre 28 et 43 points b) 18,57%
-

Exercice 6 :

- a) Environ 6 gorilles b) Environ 132 gorilles c) 1,2 % d) 98,8 % e) $X \leq 134,2 \text{ Kg}$
-

Exercice 7 :

- a) $P(X \leq 100) = 13,79\%$ b) $m \geq 101,925 \text{ [mg]}$
-

Exercice 8 :

- | | |
|---------------------------------|--------------------------|
| a) | b) |
| Taille 1 : inférieure à 19,05 | Taille 1 : $\cong 5 \%$ |
| Taille 2 : entre 19,05 et 22,35 | Taille 2 : $\cong 24 \%$ |
| Taille 3 : entre 22,35 et 25,65 | Taille 3 : $\cong 42 \%$ |
| Taille 4 : entre 25,65 et 28,95 | Taille 4 : $\cong 24 \%$ |
| Taille 5 : supérieur à 28,95 | Taille 5 : $\cong 5 \%$ |
-

Exercice 9 :

- $m \cong 72,3 \text{ Kg}$ $\sigma \cong 14,6 \text{ kg}$