Probabilités Série 4

Ne pas écrire sur l'énoncé !

Exercice 1 :

On lance 100 fois une pièce de monnaie. Estimer la probabilité d'observer

a) Moins de 60 fois pile ?
b) Moins de 36 fois pile ?
c) Un nombre de fois pile strictement compris entre 35 et 60 ?

Exercice 2 :

On lance 90 fois un dé. Estimer la probabilité d'observer

a) Moins de 10 fois un six ?
b) Un nombre de six strictement compris entre 20 et 50 ?

Exercice 3 :

On lance 400 fois une pièce de monnaie. Soit X le nombre de piles observés.
Déterminer l'intervalle centré sur la moyenne tel que la probabilité que X appartienne à cet intervalle soit au moins de 0,95.

Exercice 4 :

On considère $10\ 000$ chiffres pris au hasard.
Calculer la probabilité que le chiffre 3 apparaisse plus de 850 fois.

Exercice 5 :

On lance 10 dés équilibrés.
Utiliser le théorème central limite pour évaluer la probabilité que la somme des dix résultats soit comprise entre 30 et 40.

Exercice 6 :

Dans une entreprise, les 50 commerciaux qui travaillent du lundi au vendredi passent en moyenne deux demi-journées par semaine dans des bureaux. Aucun de ces locaux n'est affecté à un commercial en particulier et la probabilité pour chacun d'être présent est la même pour chaque demi-journée de la semaine.
Combien doit-on prévoir de bureaux pour que la probabilité d'encombrement soit inférieure à 5 % ?

Solution PS4 :

Exercice 1 :

a) 0,9713 b) 0,0019 c) 0,9694

Exercice 2 :

a) 0,0594 b) 0,0594

Exercice 3 :

[181,219]

Exercice 4 :

$\Phi(4{,}95) \approx 1$

Exercice 5 :

$\approx 0{,}65$

Exercice 6 :

Nous allons approximer une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 2 / 10$ soit 0,2 par une loi normale d'espérance $np = 10$ et dont l'écart-type est la racine carrée de npq. Je rappelle que $q = 1 - p$. L'écart-type s'établit donc à 2,828.
$P(X \geq 10) > 0{,}95$.
Là encore, on se place en territoire centré réduit. On cherche m tel que :

$$P\left(Z \geq \frac{m-10}{2{,}828}\right) > 0{,}95$$

C'est donc encore la valeur $Z = 1{,}645$ qui doit être supérieure à $(m - 10) / 2{,}828$. D'où $m > 14{,}653$. Il faudrait prévoir 15 bureaux pour satisfaire les conditions qu'on s'est fixées.