

Rappels et révisions

Pour reprendre le chapitre d'analyse là où il a été laissé en fin de 3e, il convient de bien avoir quelques règles de dérivations en tête.

Voilà donc quelques formules utiles aux exercices

1) $(\lambda)' = 0, \forall \lambda \in \mathbb{R}$	5) $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
2) $(\lambda \cdot f)'(x) = \lambda \cdot f'(x), \forall \lambda \in \mathbb{R}$	6) $\left(\frac{1}{f}\right)'(x) = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
3) $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$	7) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
4) $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$	8) $(g(f(x)))' = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

$f(x)$	$f'(x)$
1	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$
$\frac{1}{x} = x^{-1}$	$-\frac{1}{x^2} = -1 \cdot x^{-2}$
x^n	$n \cdot x^{n-1}$

$f(x)$	$f'(x)$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$ $= 1 + \tan^2(x)$
$ x $	$\begin{cases} 1, \text{ si } x > 0 \\ -1, \text{ si } x < 0 \end{cases}$

Exercice 1 :

Déterminer la fonction dérivée de la fonction f sous forme factorisée, sans exposants négatifs ou fractionnaires).

- | | | |
|--|--|--|
| a) $f(x) = 4x - 3$ | g) $f(x) = \frac{1}{2}(x^{10} + 4x^3)$ | m) $f(x) = \frac{(5x-3)^3}{(1-2x)^2}$ |
| b) $f(x) = \sqrt{2}$ | h) $f(x) = (x^8 - 1)(4x^2 - 1)$ | n) $f(x) = \frac{x^4}{2} - \frac{7}{3}x^3 - x^2 + 1$ |
| c) $f(x) = -x$ | i) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ | o) $f(x) = (3x^2 - 1)^{10}$ |
| d) $f(x) = 5x^8 - 3x^3 + 2x^2$ | j) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ | p) $f(x) = \cos(2x)$ |
| e) $f(x) = \frac{3}{4}x^8 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{4}x^2 + \frac{5}{2}$ | k) $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$ | q) $f(x) = \cos^2(x) + \sin^2(x)$ |
| f) $f(x) = (5x^2 + 1)^2$ | l) $f(x) = (x^2 + 1)^{51}$ | r) $f(x) = 2 \tan(x) + x$ |

Plus d'exercices ?

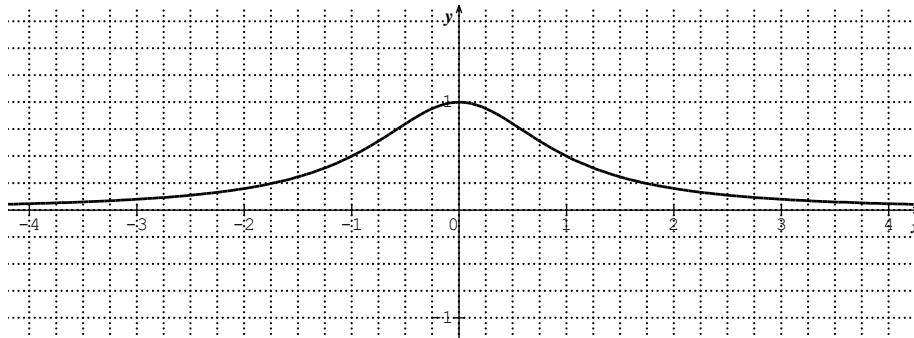
Voir **FUNDAMENTUM de mathématique ANALYSE p. 84-86 ex 3.26 à 3.29 & 3.30 & 3.35**

Exercice 2 : Reprendre l'exercice 1 et déterminer pour chaque fonction (sauf l, p),q) et r) l'équation de la droite tangente à f en $a = 1$.

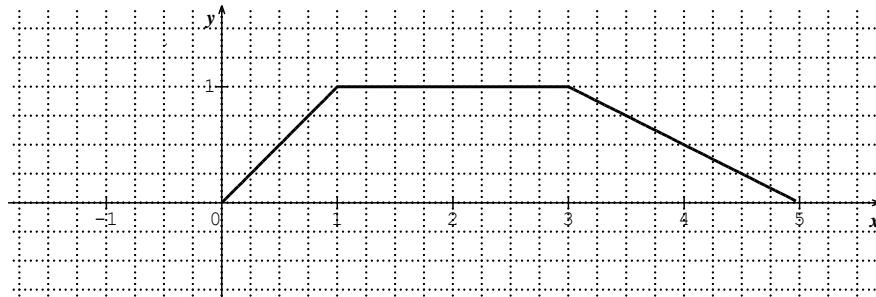
$$\text{Rappel: } T_a(x) = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$

Exercice 3 : On donne le graphe d'une fonction. Esquisser le graphe de sa dérivée.

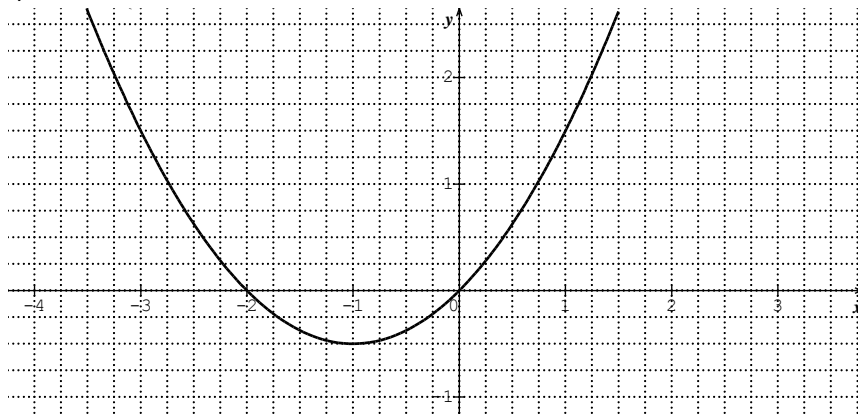
a)



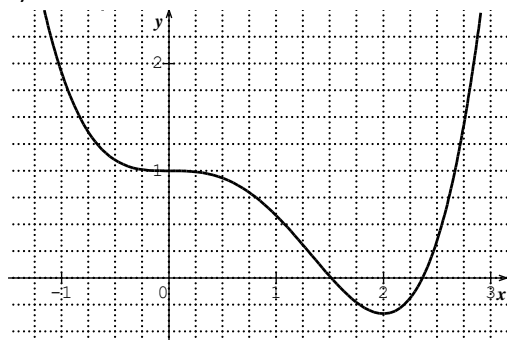
b)



c)



d)



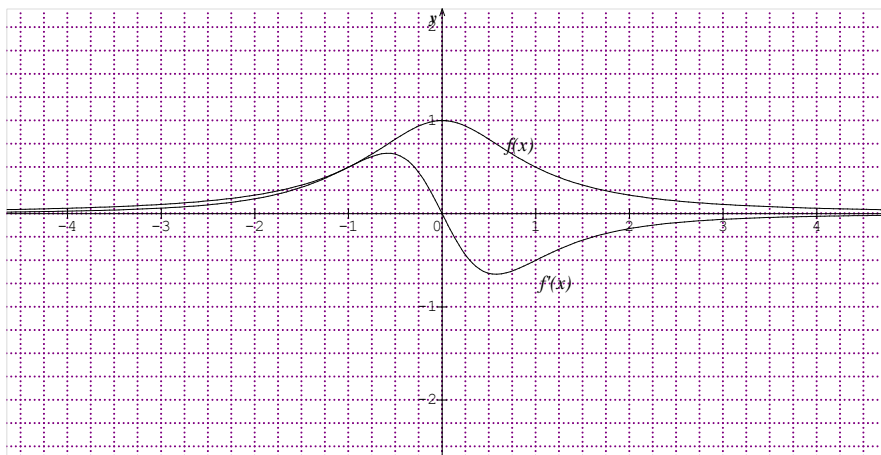
Plus d'exercice ? Voir *Fundamentum de mathématiques Analyse*, p.81 ex 3.8

Solutions exercice 1 :

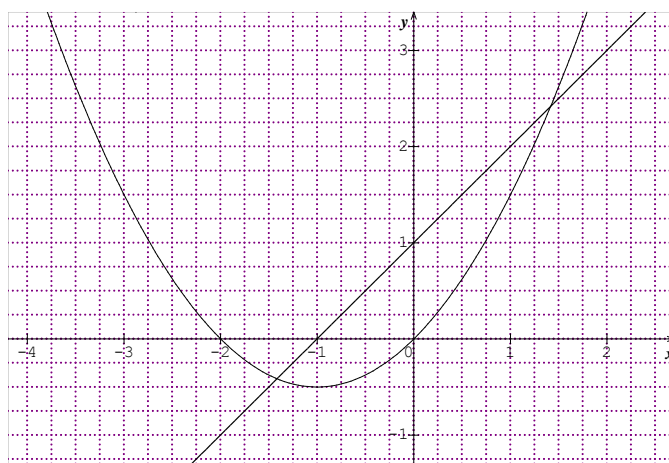
- a) $f'(x) = 4$ b) $f'(x) = 0$ c) $f'(x) = -1$ d) $f'(x) = 40x^7 - 9x^2 + 4x$ e) $f'(x) = 6x^7 - x^2 + \frac{5}{2}x$
 f) $f'(x) = 20x(5x^2 + 1) = 100x^3 + 20x$ g) $f'(x) = 5x^9 + 6x^2$ h) $f'(x) = 8x(5x^8 - x^6 - 1)$
 i) $f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{2\sqrt[3]{x^2}}{3x}$ j) $f'(x) = -\frac{3}{x^4}$ k) $f'(x) = \frac{x^2(2x+3)}{(x+1)^2}$ l) $f'(x) = 102x(x^2 + 1)^{50}$
 m) $f'(x) = \frac{(5x-3)^2(-10x+3)}{(1-2x)^3}$ n) $f'(x) = 2x^3 - 7x^2 - 2x$ o) $f'(x) = 60x(3x^2 - 1)^9$
 p) $f'(x) = -2 \sin(2x)$ q) $f'(x) = 0$ r) $f'(x) = \frac{2}{\cos^2(x)} + 1 = 2 \tan^2(x) + 3$

Solutions ex 2 :

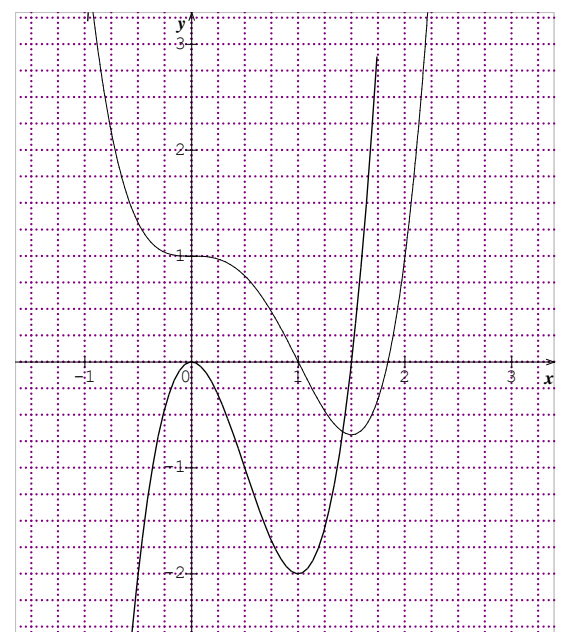
- a) $T_a(x) = 4x - 3$ b) $T_a(x) = \sqrt{2}$ c) $T_a(x) = -x$ d) $T_a(x) = 35x - 31$ e) $T_a(x) = \frac{15}{2}x - \frac{10}{3}$
 f) $T_a(x) = 120x - 84$ g) $T_a(x) = 11x - \frac{17}{2}$ h) $T_a(x) = 24x - 24$ i) $T_a(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$
 j) $T_a(x) = -3x + 4$ k) $T_a(x) = \frac{5}{4}x - \frac{3}{4}$ m) $T_a(x) = 28x - 20$ n) $T_a(x) = -7x + \frac{31}{6}$
 o) $T_a(x) = 30720x - 29696$

Solutions ex 3 :

a)



c)



d)