

# Révision résolution systèmes $3 \times 3$ :

## Exercice 1 :

Résoudre les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} x+3y+2z = -13 \\ 2x-6y+3z = 32 \\ 3x-4y-z = 12 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x-3y+2z = 6 \\ x+8y+3z = -31 \\ 3x-2y+z = -5 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x+y = 2 \\ -4y+z = 0 \\ 4x+z = 6 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x+y-z = 1 \\ x-y-z = -1 \\ x+y-z = 1 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x+y+z = 14 \\ x-y+z = 6 \\ x-y-z = 4 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x+y-6z = 9 \\ x-y+4z = 5 \\ 2x-3y+z = -4 \end{cases}$$

## Exercice 2 :

Résoudre les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} x-y+11 = 0 \\ 2y+z+6 = -3x \\ -7+x = -y-z \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x+3 = \frac{7}{2} + \frac{z}{2} \\ 7x-3z = 2-2y \\ 3x-5y+4z = 5 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 4x+z = 0 \\ -5z+6y = 12 \\ -4+2x+3y = z \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x+y = 4 \\ 3x-y+2z = 7 \\ x+y = 3 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} -y+z = -2 \\ x = 5-y \\ 3z = 2y \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} -y+z = 6 \\ 2x+2z = 18 \\ 100x+100z = 400 \end{cases}$$

## Exercice 3 :

Résoudre les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} 3x+3z = 12 \\ \frac{1}{10}x - \frac{1}{10}z = \frac{4}{5} \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{5}y - \frac{3}{10}z = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -w+x-2 = 0 \\ w+7 = 0 \\ w+y-x = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y = 4 \\ x-5 = -z \\ 2y+2z = 14 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{1}{2}x-7 = -z - \frac{1}{2}y \\ 6x+3y+3z = 9 \\ x-7+2y = -2 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x-y+z = 16 \\ x+y-z = 6 \\ -x+y+z = -2 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x+y = z-5 \\ z-5 = y \\ y = 2x+z+y-1 \end{cases}$$

Plus d'exercices ? Voir Notions élémentaires p.131 ex 1 g) à v)

**Exercice 4 :**

1) Parmi les systèmes suivants, indiquer ceux qui sont linéaires

2) Parmi les systèmes linéaires, indiquer ceux qui sont homogènes.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - 3y + 2z = 4 \\ -2x + z = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 5x^2 - 2y + 3 = 0 \\ 2x + 5y^2 + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} \sin^2(x) + \cos^2(y) = 1 \\ 5\sin(x) + 6\cos(y) = 1 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 5x - 2y + 3z = 7 \\ 2x + 5y + 5z = 1 \\ 2x = -y - z + 1 \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{g) } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 1 \\ \sqrt[3]{x^2 + y^2 + z^2} = 1 \end{cases} \quad \text{h) } \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 2y + 2z = 2 \\ 3x + 3y + 3z = 3 \end{cases}$$

**Exercice 5 :**

Résoudre les systèmes suivants par la méthode de Gauss-Jordan ou en utilisant la matrice augmentée.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = -1 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ -7x + 6y = 19 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 4x - 2y = -10 \\ -6x + 3y = 9 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x - 2y = -10 \\ -6x + 3y = 15 \end{cases} \quad \text{e) } \begin{cases} 4x - 2y = x \\ -6x + 3y = y \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} 3x - 2y = x \\ 4x - 3y = y \end{cases}$$

**Exercice 6 :**

Résoudre les systèmes suivants par la méthode de Gauss-Jordan ou en utilisant la matrice augmentée.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 8 \\ 3x - y + 2z = 7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 9 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 3x + 2y + z = 22 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x - y + 3z = 4 \\ 3x + 4y - z = -5 \\ x + 5y - 4z = -9 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ x + y + z = 0 \\ -2x + 2y - 6z = 1 \end{cases}$$

**Exercice 7 :**

Résoudre les systèmes suivants par la méthode de Gauss-Jordan ou en utilisant la matrice augmentée.

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - 6x_2 + x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 13x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 6 \\ 2x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_2 - x_4 = -1 \end{cases}$$

# Solutions :

---

## Exercice 1 :

a)  $S = \{(-2; -5; 2)\}$     b)  $S = \{(-5; -4; 2)\}$     c)  $S = \left\{\left(\frac{1}{2}; 1; 4\right)\right\}$     d)  $S = \{(\lambda; 1; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$   
 e)  $S = \{(9; 4; 1)\}$     f)  $S = \{(8; 7; 1)\}$

---

## Exercice 2 :

a)  $S = \{(-8; 3; 12)\}$     b)  $S = \{(1; 2; 3)\}$     c)  $S = \left\{\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; -2\right)\right\}$     d)  $S = \{(1; 2; 3)\}$   
 e)  $S = \{(-1; 6; 4)\}$     f)  $S = \emptyset$

---

## Exercice 3 :

a)  $S = \{(6; 4; -2)\}$     b)  $S = \{(-7; -5; 2)\}$     c)  $S = \{(7; 9; -2)\}$     d)  $S = \{(-3; 1; 8)\}$   
 e)  $S = \{(11; 2; 7)\}$     f)  $S = \{(0; -4; 1)\}$

---

## Exercice 4 :

1) a) c) e) f) et h) sont linéaires

2) c) est homogène

---

## Exercice 5 :

a)  $S = \{(1; -3)\}$     b)  $S = \{(-1; 2)\}$     c)  $S = \emptyset$     d)  $S = \{(\lambda; 5 + 2\lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$     e)  $S = \{(0; 0)\}$   
 f)  $S = \{(\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$

---

## Exercice 6 :

a)  $S = \{(1; 2; 3)\}$     b)  $S = \{(4 + \lambda; 5 - 2\lambda; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$     c)  $S = \{(1 - \lambda; \lambda - 2; \lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$     d)  $S = \emptyset$

---

## Exercice 7 :

a)  $S = \{(6 + 3\lambda - 3t; \lambda; -5 + 4t; t) \mid \lambda, t \in \mathbb{R}\}$     b)  $S = \emptyset$     c)  $S = \{(2; 2; -1; 5)\}$

---