Étude de fonctions rationnelles

Étude de fonctions rationnelles

Étude de fonctions rationnelles

Étude de fonctions rationnelles

Ordonnée à l'origine de f(x) :

$$f(0)$$

intersection avec l'axe vertical

Ordonnée à l'origine de f(x) :

$$f(0)$$

intersection avec l'axe vertical

Ordonnée à l'origine de f(x) :

$$f(0)$$

intersection avec l'axe vertical

Ordonnée à l'origine de f(x) :

$$f(0)$$

intersection avec l'axe vertical

Attention à certains cas :

1. Fraction : dénominateur non nul.
2. Racine : pas de négatifs en dessous.
3. Logarithme : positifs strictement à l'intérieur
4. Fonctions particulières : arcsinus, arccosinus, x^x

Hors de ces cas : $D_f = \mathbb{R}$

Domaine D_f

Attention à certains cas :

1. Fraction : dénominateur non nul.
2. Racine : pas de négatifs en dessous.
3. Logarithme : positifs strictement à l'intérieur
4. Fonctions particulières : arcsinus, arccosinus, x^x

Hors de ces cas : $D_f = \mathbb{R}$

Domaine D_f

Attention à certains cas :

1. Fraction : dénominateur non nul.
2. Racine : pas de négatifs en dessous.
3. Logarithme : positifs strictement à l'intérieur
4. Fonctions particulières : arcsinus, arccosinus, x^x

Hors de ces cas : $D_f = \mathbb{R}$

Domaine D_f

Attention à certains cas :

1. Fraction : dénominateur non nul.
2. Racine : pas de négatifs en dessous.
3. Logarithme : positifs strictement à l'intérieur
4. Fonctions particulières : arcsinus, arccosinus, x^x

Hors de ces cas : $D_f = \mathbb{R}$

Domaine D_f

Zéros de f(x) :

$$f(x) = 0$$

Intersection avec l'axe horizontal

Zéros de f(x) :

$$f(x) = 0$$

Intersection avec l'axe horizontal

Zéros de f(x) :

$$f(x) = 0$$

Intersection avec l'axe horizontal

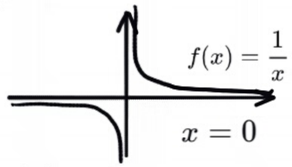
Zéros de f(x) :

$$f(x) = 0$$

Intersection avec l'axe horizontal

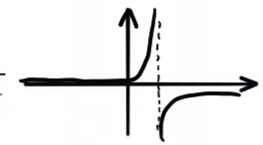
La fonction f(x) admet une asymptote verticale
si une (ou deux) de ces conditions est (sont) respectée(s) :

$$\lim_{x \to \lambda+} f(x) = +\infty$$

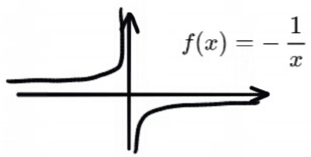


$$\lim_{x \to \lambda-} f(x) = +\infty$$

$\cdot f(x) = \frac{-1}{x-1}$



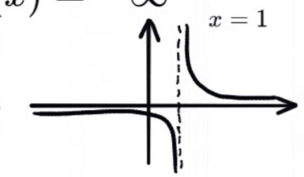
$$\lim_{x \to \lambda^+} f(x) = -\infty$$



$$\lim_{x \to \lambda-} f(x) = -\infty$$

$x = 1$

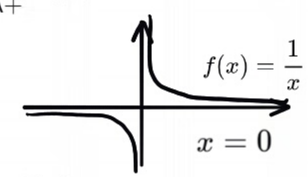
$f(x) = \frac{1}{x-1}$



Asymptote verticale $x = \lambda$

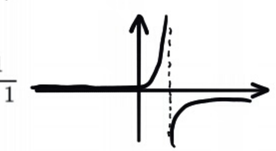
La fonction f(x) admet une asymptote verticale
si une (ou deux) de ces conditions est (sont) respectée(s) :

$$\lim_{x \to \lambda+} f(x) = +\infty$$

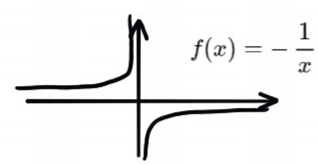


$$\lim_{x \to \lambda-} f(x) = +\infty$$

$\cdot f(x) = \frac{-1}{x-1}$



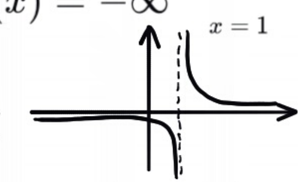
$$\lim_{x \to \lambda^+} f(x) = -\infty$$



$$\lim_{x \to \lambda-} f(x) = -\infty$$

$x = 1$

$f(x) = \frac{1}{x-1}$



Asymptote verticale $x = \lambda$

Si $$\lim_{x \to \lambda} f(x) = a$$

avec $\lambda \notin Df$

la fonction a un trou.

Si $$\lim_{x \to \lambda} f(x) = a$$

avec $\lambda \notin Df$

la fonction a un trou.

La pente : $m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$ Si m = 0, l'asymptote est horizontale

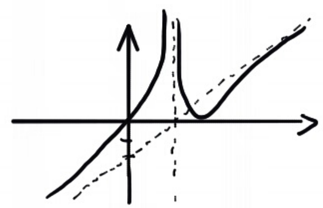
L'ordonnée à l'origine : $h = \lim_{x \to \infty} (f(x) - mx)$

Comportement : Etudier les signes de $\delta(x) = f(x) - d(x)$

$\delta(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	dessous de l'AO.	coupe	au-dessus de l'A-0.

Exemple : $f(x) = \frac{x(x-3)^2}{(x-2)^2}$ $y = x - 2 = d(x)$

$\delta(x) = \frac{-3x+8}{(x-2)^2}$



Asymptote oblique $y = mx + h$

La pente : $m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$ Si m = 0, l'asymptote est horizontale

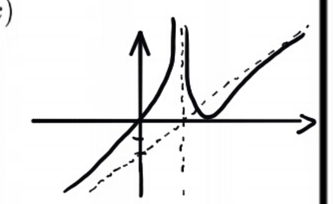
L'ordonnée à l'origine : $h = \lim_{x \to \infty} (f(x) - mx)$

Comportement : Etudier les signes de $\delta(x) = f(x) - d(x)$

$\delta(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	dessous de l'AO.	coupe	au-dessus de l'A-0.

Exemple : $f(x) = \frac{x(x-3)^2}{(x-2)^2}$ $y = x - 2 = d(x)$

$\delta(x) = \frac{-3x+8}{(x-2)^2}$



Asymptote oblique $y = mx + h$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$(g(f(x)))' = g'(f(x))\cdot f'(x)$$

$$\left(x^n\right)' = n\cdot x^{n-1}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$(g(f(x)))' = g'(f(x))\cdot f'(x)$$

$$\left(x^n\right)' = n\cdot x^{n-1}$$

Variations : Signes de $f'(x)$

$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$	Max	$\searrow$	p. c.	$\searrow$

↑ point critique

Courbure : Signes de $f''(x)$

$f''(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\cap$	p. i.	$\cup$	p. i.	$\cap$

↑ ↑ point d'inflexion

Variations et courbure

Variations : Signes de $f'(x)$

$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$	Max	$\searrow$	p. c.	$\searrow$

↑ point critique

Courbure : Signes de $f''(x)$

$f''(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\cap$	p. i.	$\cup$	p. i.	$\cap$

↑ ↑ point d'inflexion

Variations et courbure