

1

Calculer

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

2

Montrer, sans le calculer, que le déterminant suivant est divisible par 13 :

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 6 \\ 6 & 3 & 9 \end{vmatrix}$$

3

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 6 \\ 6 & 3 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

4

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 6 \\ 546 & 273 & 169 \end{vmatrix} = 13 \times \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 6 \\ 42 & 21 & 13 \end{vmatrix}$$

2

On ne change pas un déterminant en ajoutant à une ligne une combinaison linéaire des autres. Ici, on ajoute à la troisième ligne 10 fois la seconde et 100 fois la première. On obtient :

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 6 \\ 546 & 273 & 169 \end{vmatrix}.$$

Maintenant, tous les éléments de la dernière ligne sont divisibles par 13, et le déterminant vaut :

$$13 \times \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 6 \\ 42 & 21 & 13 \end{vmatrix}.$$

C'est bien un entier divisible par 13.

4

vrai

1

Soustraire la première ligne à toutes les autres.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -8$$

3

FAUX, il faut mettre un 3 en évidence à la matrice de droite

⑤ Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 1+a & a & a \\ b & 1+b & b \\ c & c & 1+c \end{vmatrix} = (1+a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & 1+b & b \\ c & c & 1+c \end{vmatrix}$$

⑥

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & 1+b & b \\ c & c & 1+c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

⑦

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \\ 4 & -8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Det}(A) =$$

⑧

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} =$$

⑥

vrai

$$L_2 - b \cdot L_1 \rightarrow L_2$$

$$L_3 - cL_1 \rightarrow L_3$$

⑤

vrai

$$L_1 + L_2 + L_3 \rightarrow L_1$$

⑧

$$A^{-1} = \frac{1}{k^3} \begin{pmatrix} k^2 & 0 & 0 \\ 0 & k^2 & 0 \\ 0 & 0 & k^2 \end{pmatrix}$$

⑦

$\text{Det}(A) = 0$ donc A pas inversible

⑨

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 4 \\ 3 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

⑩

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -2 & 2 \\ 5 & 10 & 0 \end{vmatrix} = 10 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

⑪

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 2 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 7 & 2 & 8 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

⑫

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & 2 & 5 \\ 5 & 3 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 5 \\ -5 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

10

vrai

9

Vrai

Les deux donnent zéro

- $2 \cdot C_1 = C_3$
- L_3 que des zéros

12

vrai

C2 et C3 identiques
Additionner les C1, qui
donnent zéro

11

faux,
il manque un moins

$$C_1 \leftrightarrow C_2$$

13

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -3 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & 5 \end{vmatrix} = ?$$

14

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

15

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 1 \\ 0 & -6 & -8 & 2 \end{vmatrix}$$

16

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

14

Vrai

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \end{vmatrix} = \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{matrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

13

-12

16

vrai

15

vrai

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 - 3L_2 \end{matrix} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 1 \\ 0 & -6 & -8 & 2 \end{vmatrix}$$

17

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

18

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} \end{vmatrix}$$

19

Vrai ou faux ?

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

20

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -3 \end{vmatrix} = ?$$

18

vrai

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -3 \end{vmatrix} = \underset{L_3 \leftarrow L_3 - \frac{3}{2}L_2}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} \end{vmatrix}}$$

17

vrai

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \underset{L_3 \leftarrow L_3 - L_2}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}$$

20

-6

19

Faux