Analyse Série 1

Résoudre les exercices sur une feuille quadrillée et non sur l'énoncé (sauf si précisé autrement)

Exercice 1 :

Déterminer le domaine de définition D_f, les zéros et l'ordonnée à l'origine des fonctions suivantes

a) $f(x) = 3x + 2$
b) $f(x) = x^2 - 9$
c) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$
d) $f(x) = \sqrt{x}$
e) $f(x) = \sqrt{x+5}$
f) $f(x) = \frac{5}{x+3}$
g) $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$
h) $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$
i) $f(x) = \sqrt{x^2}$
j) $f(x) = \left(\sqrt{x}\right)^2$

Exercice 2 :

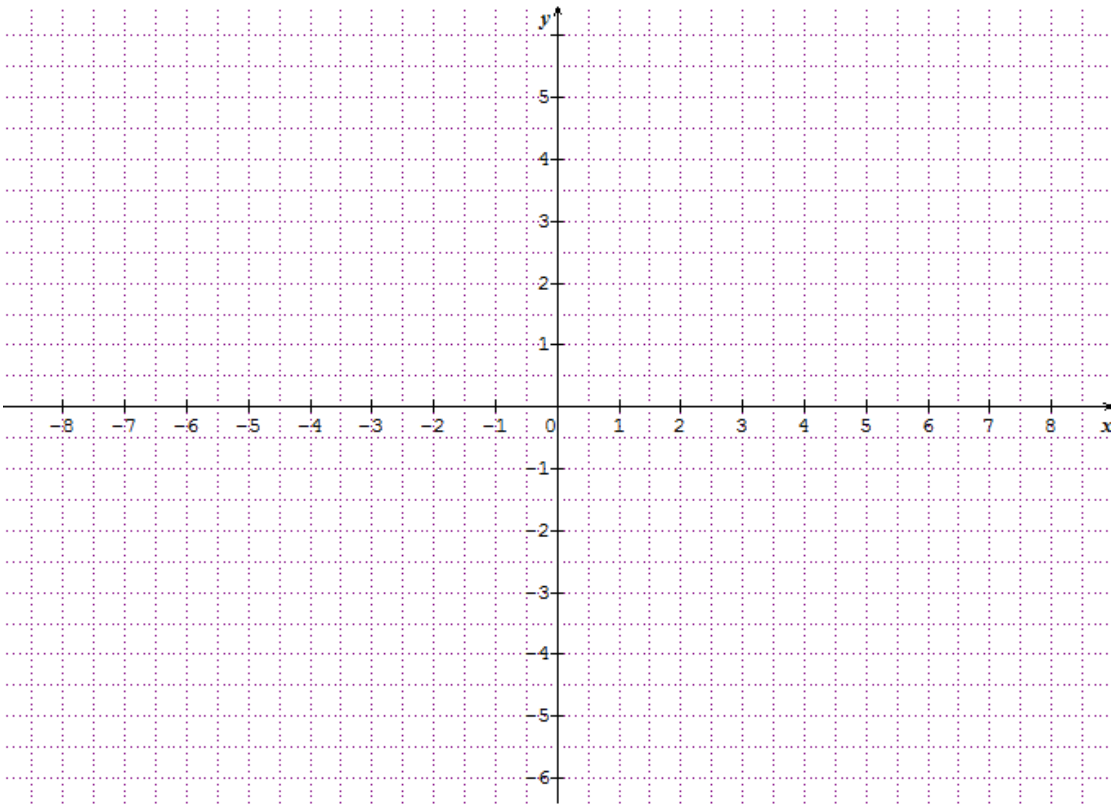
Soient les fonctions $f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \longmapsto x^2 + 7 = f(x) \end{cases}$ $g: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \longmapsto 2x + 5 = g(x) \end{cases}$ $h: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \longmapsto -3 = h(x) \end{cases}$

a) $(f+h)(x) =$
b) $(f-h)(x) =$
c) $(g+h)(x) =$
d) $(f+g+h)(x) =$
e) $(f \cdot g)(x) =$
f) $(f \circ g)(x) =$
g) $(g \circ f)(x) =$
h) $(g \circ g)(x) =$
i) $(f+g-h)(x) =$
j) $(f \cdot g \cdot h)(x) =$
k) $(g \circ g \circ g)(x) =$
l) $(g \circ f \circ g)(x) =$

Exercice 3 :

Sur le repère orthonormé ci-dessous, tracer le plus précisément possible la fonction suivante:

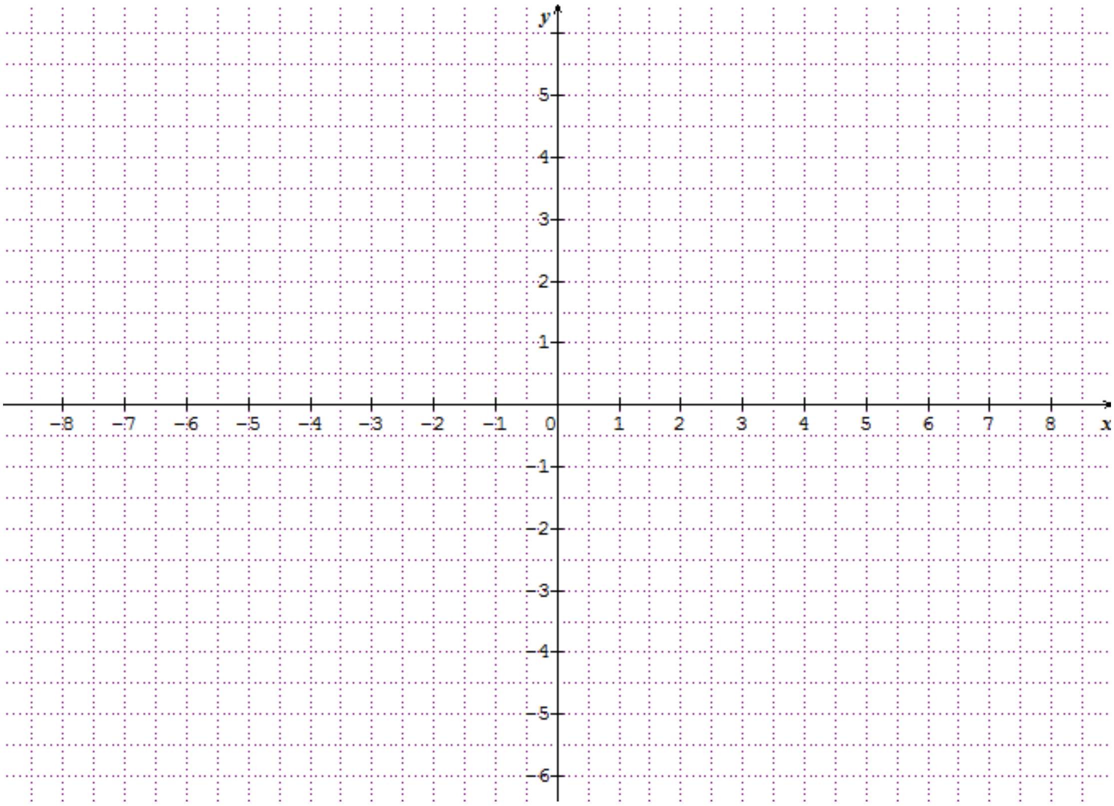
$$f: x \longmapsto \begin{cases} (x+5)^2 - 3, si\ x < -3 \\ -x - 2, si - 3 \leq x < 3 \\ \frac{2}{3}x, si\ x \geq 3 \end{cases}$$



Exercice 4 : Sur le repère orthonormé ci-dessous, tracer le plus précisément possible les fonctions suivantes:

a) en rouge la fonction: $f: x \longmapsto \begin{cases} -x, si\ x < 0 \\ x, si\ x \geq 0 \end{cases}$

b) en bleu la fonction $g: x \mapsto \begin{cases} \frac{3}{2}x + 5, si\ x < -4 \\ -\frac{1}{2}x, si - 4 \leq x < 2 \\ -2, si\ x \geq 2 \end{cases}$



Exercice 5 : Représenter le graphe de f dans un repère orthonormé en faisant figurer tous les points importants (Echelle: 1 unité = 2 largeurs de carré)

a) $f: x \longmapsto \begin{cases} \frac{2x}{x-1}, si\ x < 3 \\ -x^2 + 6x - 6, si\ x \geq 3 \end{cases}$

b) $f: x \longmapsto \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 - 2; si\ x < -2 \\ x + 2, si - 2 \leq x < 2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + 2, si\ x \geq 2 \end{cases}$

c) $f: x \longmapsto \begin{cases} \frac{1}{x}, si\ x < 0 \\ 1, si\ x = 0 \\ -\frac{1}{x}, si\ x > 0 \end{cases}$

d) $f: x \longmapsto \begin{cases} \frac{1}{x+2}, si\ x < -1 \\ x + 2, si - 1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 1, si\ x > 1 \end{cases}$

e) $f: x \longmapsto \begin{cases} x + 4, si\ x < -2 \\ |x|, si - 2 \leq x < 2 \\ -x + 4, si\ x \geq 2 \end{cases}$

f) $f: x \longmapsto \begin{cases} (x+3)^2 + 1, si\ x < -1 \\ 2, si\ x = -1 \\ 1, si\ x > -1 \end{cases}$

Exercice 6 :

a) Construire le tableau des signes de la fonction $f(x) = (x-2)(4-3x)(1+8x)$

b) Construire le tableau des signes de la fonction $g(x) = \frac{3x-2}{x^2-9}$

Corrigé Analyse Série 1

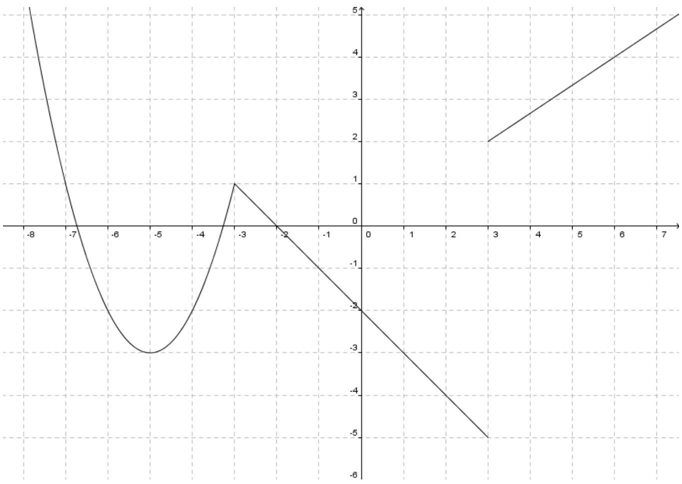
Exercice 1 :

	D_f	Z_f	$f(0)$
a)	$\mathbb{R}$	$-2/3$	2
b)	$\mathbb{R}$	$-3; 3$	-9
c)	$\mathbb{R}$	$0; 1$	0
d)	$\mathbb{R}_+$	0	0
e)	$[-5; \infty[$	-5	$\sqrt{5}$
f)	$\mathbb{R}\backslash\{-3\}$	$\emptyset$	$5/3$
g)	$\mathbb{R}\backslash\{-1; 1\}$	0	0
h)	$\mathbb{R}\backslash\{-2; 2\}$	$\emptyset$	$1/2$
i)	$\mathbb{R}$	0	0
j)	$\mathbb{R}_+$	0	0

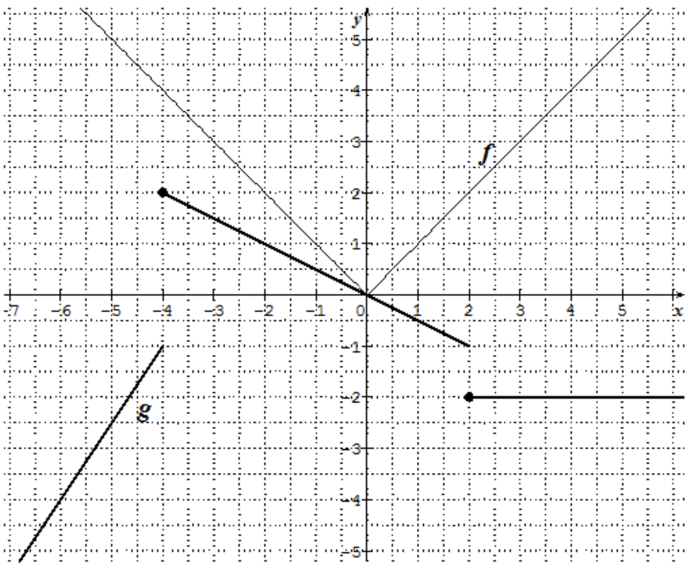
Exercice 2 :

a) $x^2 + 4$
b) $x^2 + 10$
c) $2x + 2$
d) $x^2 + 2x + 9$
e) $2x^3 + 5x^2 + 14x + 35$
f) $4x^2 + 20x + 32$
g) $2x^2 + 19$
h) $4x + 15$
i) $x^2 + 2x + 15$
j) $-6x^3 - 15x^2 - 42x - 105$
k) $8x + 35$
l) $8x^2 + 40x + 69$

Exercice 3:

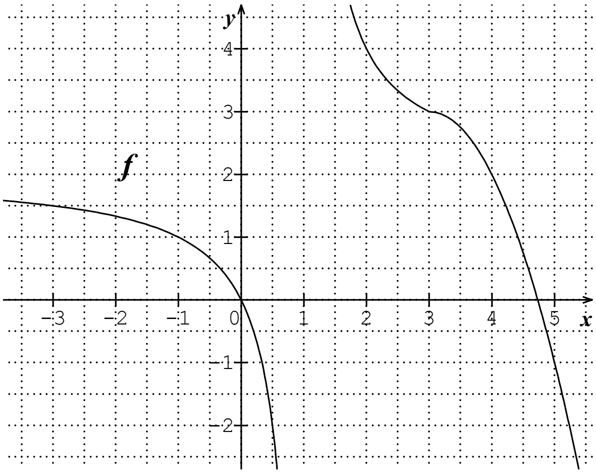


Exercice 4:

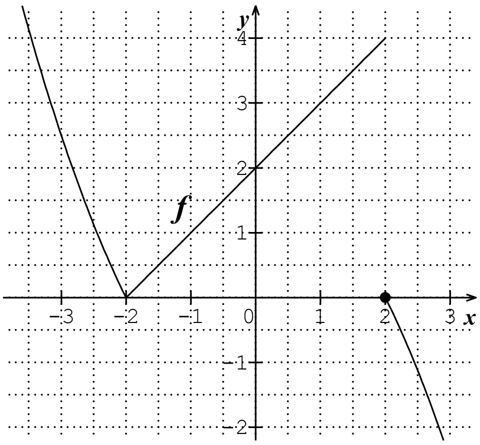


Exercice 5:

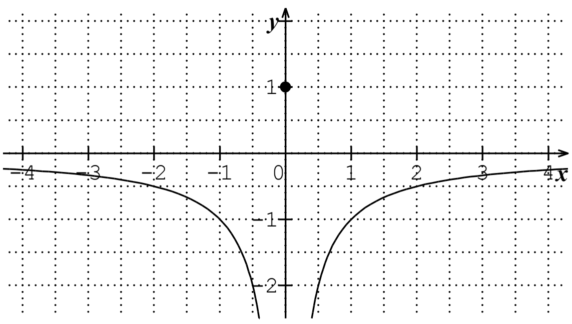
a)



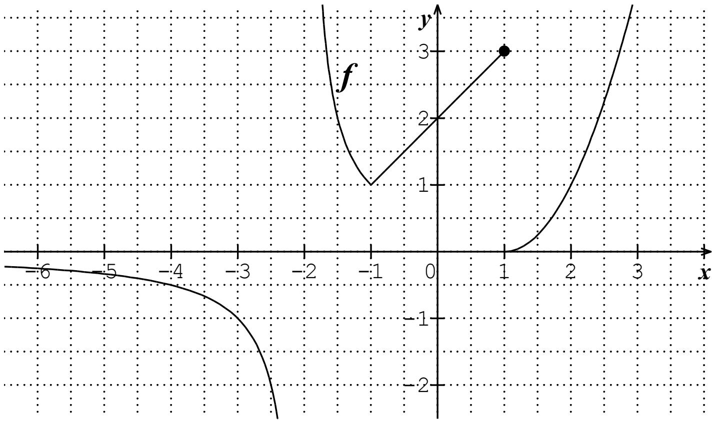
b)



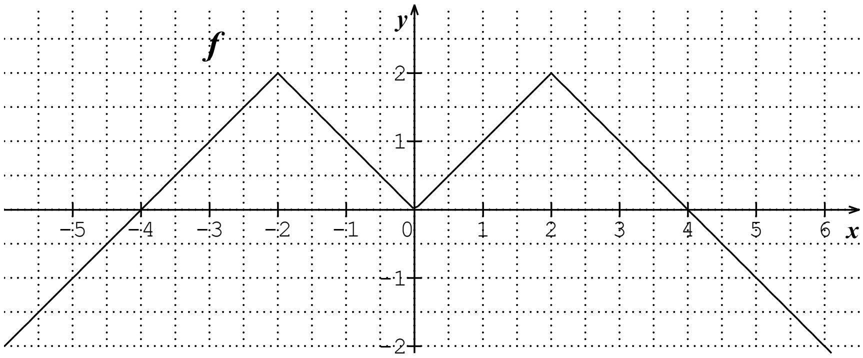
c)



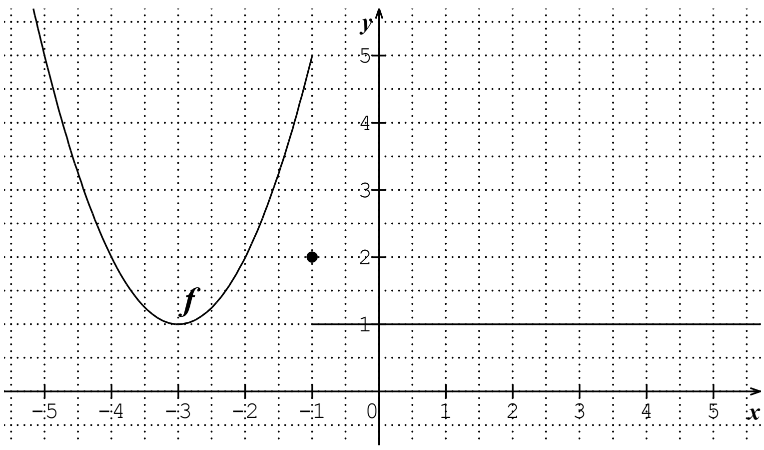
d)


y
f
3
2
1
−1
−2
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
x

e)


y
f
2
1
−1
−2
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
x

f)


y
5
4
3
2
1
f
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
x

Exercice 6:

a) La fonction $f(x)=(x-2)\cdot(4-3x)\cdot(1+8x)$ s'annule pour $x=2,\ x=\frac{4}{3},\ x=-\frac{1}{8}$

On étudie les signes de chacun des facteurs de f(x).

La règle des signes de la multiplication permet de trouver le signe de f(x).

x		$-\frac{1}{8}$		$\frac{4}{3}$		2	
Signe de $(x-2)$	–	–	–	–	–	0	+
Signe de $(4-3x)$	+	+	+	0	–	–	–
Signe de $(1+8x)$	–	0	+	+	+	+	+
Signe de $f(x)$)	+	0	–	0	+	0	–
Position du graphe	Au dessus de l' axe des x	Sur l' axe des x	En dessous de l' axe des x	Sur l' axe des x	Au dessus de l' axe des x	Sur l' axe des x	En dessous de l' axe des x

b) La fonction $g(x)=\frac{3x-2}{x^2-9}$ s'annule pour $x=\frac{2}{3}$ et n'est pas définie pour $x=3$ ou $x=-3$

On étudie les signes du numérateur et du dénominateur.

La règle des signes de la division et de la multiplication permet de trouver le signe de g(x).

x		-3		$\frac{2}{3}$		3	
Signe de $(3x-2)$	–	–	–	0	+	+	+
Signe de (x^2-9)	+	0	–	–	–	0	+
Signe de g(x)	–	‖	+	0	–	‖	+
Position du graphe	En dessous de l' axe des x	« Asymptote »	Au dessus de l' axe des x	Sur l' axe des x	En dessous de l' axe des x	« Asymptote »	En dessus de l' axe des x