

Analyse Série 10

Exercice 1:

Pour chaque situation décrite ci-dessous,

- a) représentez f , puis hachurer l'aire "sous la courbe" f entre a et b
- b) Déterminer par calculs ces aires hachurées.

1) $f(x) = 2x + 4$	$a = -2$	$b = 0$
2) $f(x) = 2x + 4$	$a = -4$	$b = -3$
3) $f(x) = 2x + 4$	$a = -3$	$b = -1$
4) $f(x) = 2x + 4$	$a = -2,5$	$b = 2$
5) $f(x) = 3x - 6$	$a = 0$	$b = 3$

Exercice 2:

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + 1$ de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .

Notons $A(t)$ l'aire "sous f " entre 0 et t , où t est un nombre réel > 0 .

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) Effectuez un croquis de cette situation | c) Calculer $A'(t)$ |
| b) Exprimer $A(t)$ de manière algébrique | d) Que pouvez-vous dire de $A'(t)$? |

Exercice 3:

Trouver les primitives des fonctions suivantes.

$$\boxed{\frac{x^{n+1}}{n+1} \text{ est une primitive de } x^n}$$

(Il est conseillé de dériver les fonctions trouvées pour contrôler les réponses)

- | | |
|---|------------------------------------|
| a) $f(x) = 2x - 3$ | g) $f(x) = x^2 - 5x + 6$ |
| b) $f(x) = x^2 - 2x + 1$ | h) $f(x) = 2x - 1$ |
| c) $f(x) = 5 - x$ | i) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ |
| d) $f(x) = \frac{x-1}{3}$ | j) $f(x) = -\frac{5}{x^3}$ |
| e) $f(x) = \frac{5}{3}x^4 - \frac{3}{4}x^2 + 1$ | k) $f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x^2}$ |
| f) $x^3 - 5x^2 - 2$ | |

Exercice 4:

Trouver les primitives des fonctions suivantes.

$$\boxed{\lambda \frac{f^{n+1}}{n+1} \text{ est une primitive de } \lambda f^n \cdot f'}$$

(Il est conseillé de dériver les fonctions trouvées pour contrôler les réponses)

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a) $f(x) = (2x + 1)^3$ | g) $f(x) = \sqrt{x}$ |
| b) $f(x) = (2 - x)^{12}$ | h) $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ |
| c) $f(x) = (4x - 2)^2$ | i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}(2x - 4)$ |
| d) $f(x) = 6x(3x^2 + 1)^2$ | j) $f(x) = x\sqrt{3x^2 + 1}$ |
| e) $f(x) = (x^2 + 3x + 1)^5(2x + 3)$ | k) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ |
| f) $f(x) = (1 - 2x)^2$ | |

Exercice 5: Trouver les primitives des fonctions suivantes.

$$\lambda(G \circ f) \text{ est une primitive de } \lambda(g \circ f) \cdot f'$$

(Il est conseillé de dériver les fonctions trouvées pour contrôler les réponses)

- a) $f(x) = 2x \cos(x^2)$
 b) $f(x) = \sin(2x) + 3$

- c) $f(x) = 2 \sin(x) \cos(x)$
 d) $f(x) = \sin^{10}(x) \cos(x)$

Exercice 6:

Déterminer une fonction F dont la fonction dérivée est f :

a) $f(x) = 2x$

f) $f(x) = \sqrt{x}$

b) $f(x) = x^3 + 4$

g) $f(x) = \frac{1}{x^3} + 1$

c) $f(x) = x^{-2} - x$

h) $f(x) = x^{-10} - 5x^2$

d) $f(x) = 4 \cdot \sin(x)$

i) $f(x) = \sqrt[4]{x} - 0,2$

e) $f(x) = \frac{2}{3} \cdot \cos(x)$

j) $f(x) = 0$

Exercice 7: Cherchez toutes les primitives de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = ax^{19}$

f) $f(x) = x \cdot \sqrt{x}$

b) $f(x) = x^{-n}$

g) $f(x) = 8ax^5$

c) $f(x) = \frac{5}{x^4}$

h) $f(x) = x(x-3)(x+d)$

d) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 7x$

i) $f(x) = \frac{2\sqrt[5]{x}}{3}$

e) $f(x) = x(2-4x)$

j) $f(x) = \frac{a}{x^8}$

k) $f(x) = \cos(3x)$

p) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5x}}$

l) $f(x) = (1-2x)^3$

q) $f(x) = \frac{x^2}{(x^3+2)^5}$

m) $f(x) = (3x+1)^{\frac{3}{2}}$

r) $f(x) = x^3 \sin(x^4)$

n) $f(x) = x(x^2-1)^4$

s) $f(x) = x^2 \sqrt{x^3-3}$

o) $f(x) = \sqrt[3]{1+2x}$

t) $f(x) = (x^6-x)^7(6x^5-1)$

u) $f(x) = \sin^2(x) \cos(x)$

y) $f(x) = \sqrt{2px}$

v) $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{3x^2+2x}}$

z) $f(x) = (x^3-x^2+x)^4(6x^2-4x+2)$

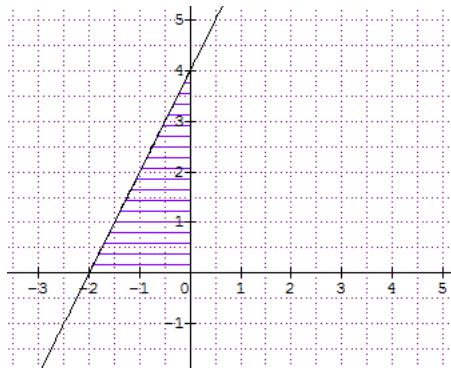
w) $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

aa) $f(x) = \sin(x) \cos^3(x)$

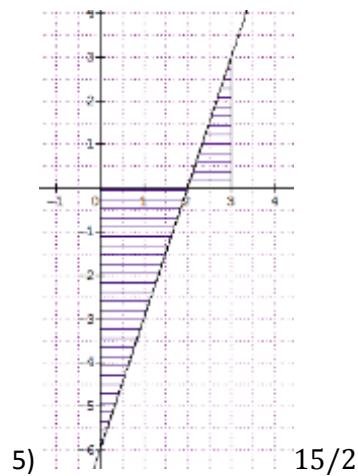
x) $f(x) = \sin(ax+b)$

bb) $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)}$

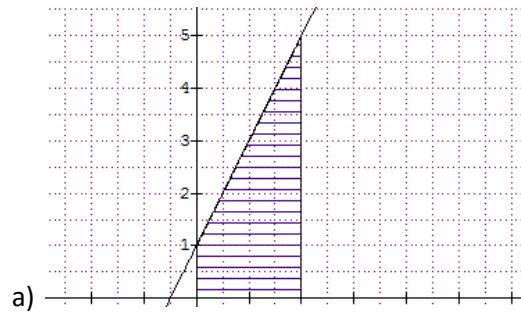
Solutions Analyse Série 10:

Exercice 1:

- 1) $A = 4$ 2) $A = 3$ 3) $A = 2$ 4) $A = 16,25$



- 5) $15/2$

Exercice 2:

- a) $b)$ $A(t) = t + t^2$ c) $A'(t) = 1 + 2t$ d) $A'(t) = f(t)$

Exercice 3:

- a) $F(x) = x^2 - 3x + c, c \in \mathbb{R}$
b) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + c, c \in \mathbb{R}$
c) $F(x) = 5x - \frac{1}{2}x^2 + c, c \in \mathbb{R}$
d) $F(x) = \frac{x^2}{6} - \frac{x}{3} + c, c \in \mathbb{R}$
e) $F(x) = \frac{1}{3}x^5 - \frac{1}{4}x^3 + x + c, c \in \mathbb{R}$
f) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 - 2x + c, c \in \mathbb{R}$

- g) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + c, c \in \mathbb{R}$
h) $F(x) = x^2 - x + c, c \in \mathbb{R}$
i) $F(x) = -\frac{1}{x} + c, c \in \mathbb{R}$
j) $F(x) = \frac{5}{2x^2} + c, c \in \mathbb{R}$
k) $F(x) = x^2 + x + \frac{1}{x} + c, c \in \mathbb{R}$

Exercice 4:

- a. $F(x) = \frac{(2x+1)^4}{8} + c, c \in \mathbb{R}$
b. $F(x) = -\frac{(2-x)^{13}}{13} + c, c \in \mathbb{R}$
c. $F(x) = \frac{(4x-2)^3}{12} + c, c \in \mathbb{R}$
d. $F(x) = \frac{(3x^2+1)^3}{3} + c, c \in \mathbb{R}$
e. $F(x) = \frac{(x^2+3x+1)^6}{6} + c, c \in \mathbb{R}$
f. $F(x) = -\frac{(1-2x)^3}{6} + c, c \in \mathbb{R}$

- g. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + c, c \in \mathbb{R}$
h. $F(x) = \frac{1}{3}(2x-1)^{\frac{3}{2}} + c, c \in \mathbb{R}$
i. $F(x) = \frac{2}{3}(x^2-4x+5)^{\frac{3}{2}} + c, c \in \mathbb{R}$
j. $F(x) = \frac{1}{9}(3x^2+1)^{\frac{3}{2}} + c, c \in \mathbb{R}$
k. $F(x) = \sqrt{x^2+1} + c, c \in \mathbb{R}$

Exercice 5:

a) $F(x) = \sin(x^2) + c, c \in \mathbb{R}$

c) $F(x) = \sin^2(x) + c, c \in \mathbb{R}$

b) $F(x) = -\frac{1}{2}\cos(2x) + 3x + c, c \in \mathbb{R}$

d) $F(x) = \frac{1}{11}\sin^{11}(x) + c, c \in \mathbb{R}$

Exercice 6:

- a) $F(x) = x^2$ b) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + 4x$ c) $F(x) = -x^{-1} - \frac{1}{2}x^2$ d) $F(x) = -4\cos(x)$ e) $F(x) = \frac{2}{3}\sin(x)$ f)
 $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ g) $F(x) = -\frac{1}{2x^2} + x$ h) $F(x) = \frac{1}{-9x^9} - \frac{5}{3}x^3$ i) $F(x) = \frac{4}{5}\sqrt[4]{x^5} - 0,2x$
j) $F(x) = \text{une constante}$

Exercice 7:

- a) $F(x) = \frac{a}{20}x^{20} + c, c \in \mathbb{R}$ m) $F(x) = \frac{2}{15}(3x+1)^{\frac{5}{2}} + c, c \in \mathbb{R}$ y) $F(x) = \sqrt{2p} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c, c \in \mathbb{R}$
b) $F(x) = \frac{1}{-n+1}x^{-n+1} + c, c \in \mathbb{R}$ n) $F(x) = \frac{1}{10}(x^2-1)^5 + c, c \in \mathbb{R}$ z) $F(x) = \frac{2}{5}(x^3-x^2+x)^5 + c, c \in \mathbb{R}$
c) $F(x) = -\frac{5}{3x^3} + c, c \in \mathbb{R}$ o) $F(x) = \frac{3}{8}\sqrt[3]{(1+2x)^4} + c, c \in \mathbb{R}$ aa) $F(x) = -\frac{1}{4}\cos^4(x) + c, c \in \mathbb{R}$
d) $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 + c, c \in \mathbb{R}$ p) $F(x) = \frac{2}{5}\sqrt{5x} + c, c \in \mathbb{R}$ bb) $F(x) = -\sin^{-1}(x) + c, c \in \mathbb{R}$
e) $F(x) = x^2 - \frac{4}{3}x^3 + c, c \in \mathbb{R}$ q) $F(x) = -\frac{1}{12(x^3+2)^4} + c, c \in \mathbb{R}$
f) $F(x) = \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + c, c \in \mathbb{R}$ r) $F(x) = -\frac{\cos(x^4)}{4} + c, c \in \mathbb{R}$
g) $F(x) = \frac{4}{3}ax^6 + c, c \in \mathbb{R}$ s) $F(x) = \frac{2}{9}\sqrt{(x^3-3)^3} + c, c \in \mathbb{R}$
h) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}dx^3 - x^3 - \frac{3}{2}dx^2 + c, c \in \mathbb{R}$ t) $F(x) = \frac{1}{8}(x^6-x)^8 + c, c \in \mathbb{R}$
i) $F(x) = \frac{5}{9}\sqrt[5]{x^6} + c, c \in \mathbb{R}$ u) $F(x) = \frac{1}{3}\sin^3(x) + c, c \in \mathbb{R}$
j) $F(x) = -\frac{a}{7x^7} + c, c \in \mathbb{R}$ v) $F(x) = \sqrt{3x^2+2x} + c, c \in \mathbb{R}$
k) $F(x) = \frac{\sin(3x)}{3} + c, c \in \mathbb{R}$ w) $F(x) = \frac{1}{2}\ln(x^2-1) + c, c \in \mathbb{R}$
l) $F(x) = -\frac{1}{8}(1-2x)^4 + c, c \in \mathbb{R}$ x) $F(x) = \frac{\cos(ax+b)}{a} + c, c \in \mathbb{R}$