

Analyse Série 2

Ne pas écrire sur l'énoncé. Résoudre les exercices sur des feuilles quadrillées

Exercice 1: Etant donné que

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} h(x) = 8$$

Calculer les limites qui existent. Si la limite n'existe pas, expliquer pourquoi.

a) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$

d) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)}$

g) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{h(x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^2$

e) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

h) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)+3}{h(x)}$

c) $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[3]{h(x)}$

f) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)}$

i) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2 \cdot f(x)}{h(x) - g(x)}$

Exercice 2: Calculer, si elles existent, les limites suivantes:

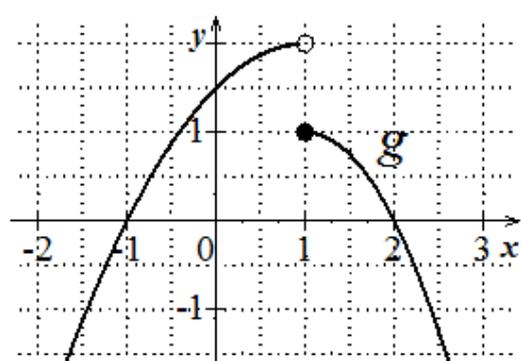
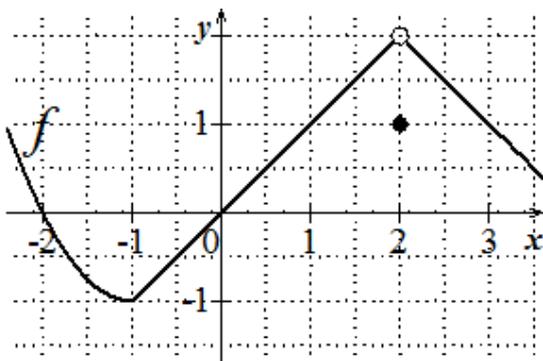
a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x^2 + 2}{x^2 + x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 8x}{2x + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x + 2)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ avec $f(x) = \begin{cases} 7x - 1, & \text{si } x < 2 \\ x^2 + 8, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

Exercice 3: Voici les courbes représentatives de f et g



Calculer les limites qui existent. Si la limite n'existe pas, expliquer pourquoi.

a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x) + g(x)]$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) \cdot g(x)]$

b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} [f(x) + g(x)]$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 \cdot f(x))$

Exercice 4: Calculer, si elles existent, les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x-3)}{x-4}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-5x+2}{x^2+2x-8}$

f) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-6x}{2x^2-11x-6}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x-1}$

e) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2-4x+1}{3x^2-10x+3}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-3x+2}{2x^3-3x^2+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+4x+4}{x^2+5x+6}$

h) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3-x^2-16x+16}{x^2+3x-4}$

Exercice 5: Déterminer par calcul, si elles existent, les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+x-2}{2x-2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-11x+9}{x^2-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+10x-24}{x^2-19x+34}$

d) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3-a^3}{x^2-a^2}$

f) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x-1}{(x+1)^2-(x-2)^2}$

Exercice 6: Déterminer par calcul, si elles existent les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a-\sqrt{a^2-x^2}}{x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{-x+0,5}{\sqrt{2x}-1}$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-\sqrt{x+2}}$

Plus d'exercices ? Voir CRM n°25, p.47, ex 2.5 et 2.6

Exercice 7:

a) Dans un repère orthonormé (1 unité = 2 largeurs de carré), tracer le plus précisément possible la

$$\text{fonction } f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{si } x < 1 \\ \frac{3}{2}, & \text{si } x = 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

b) Déterminer par calcul et graphiquement: $f(1)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Exercice 8: Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2-1}{|x-1|}$

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

b) Est-ce que $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existe ?

c) Dans un repère orthonormé (1 unité = 2 largeurs de carré), tracer le plus précisément possible la fonction f

Exercice 9: A l'aide d'un calcul de limites, déterminer la valeur de λ de sorte que f admette une limite en chaque point a de \mathbb{R} .

a) $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x + 1, & \text{si } x < 2 \\ 1 - 5x^3 + \lambda, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \lambda x - 2, & \text{si } x < 3 \\ x - \lambda, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

Réponses Analyse Série 2:

Exercice 1:

a)-3 b) 9 c) 2 d) -1/3 e) impossible f) 0 g) -3/8 h) 0 i) -3/4

Exercice 2:

a) $\frac{4}{3}$ b) 2 c) 0 d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ n'existe pas car $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 13 \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 12$

Exercice 3:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2 + 0 = 2$

b) 2 c) 2 d) 0 e) pas calculable à partir du graphique f) 16

Exercice 4:

a) 1 b) 3 c) 0 d) 1/2 e) 1/4 f) 6/13 g) 1
h) -6

Exercice 5:

a) -1 b) $-\frac{14}{15}$ c) 2 d) $\frac{3a}{2}$ e) $-\frac{7}{2}$ f) $\frac{1}{3}$

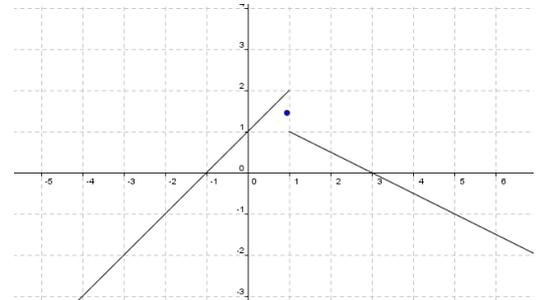
Exercice 6: a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 0 d) -1 e) $-\frac{1}{3}$ f) $\frac{8}{9}$

Exercice 7:

b) $f(1) = 1,5$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$$

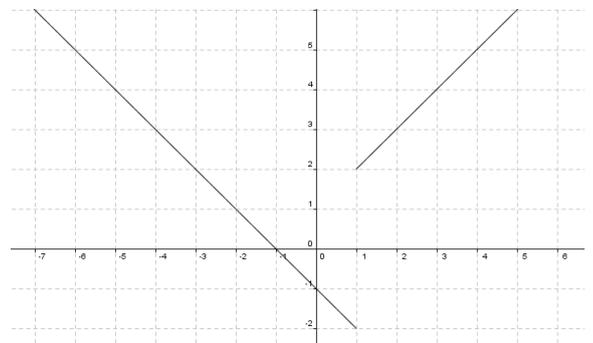
$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$ donc $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ n'existe pas



Exercice 8:

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$

b) non car la limite à gauche est différente de la limite à droite



Exercice 9:

a) $\lambda = 48$ b) $\lambda = \frac{5}{4}$

Besoin d'entraînement pour les identités remarquables ?

<http://www.gomaths.ch/> -> Algèbre -> Calcul littéral -> produits (identités) remarquables

Plus de calcul de limites ? Voir CRM n°25, p. 46 ex 2.2