Analyse combinatoire Série 1

Ne pas écrire sur les énoncés ! Rédigez vos réponses sur des feuilles quadrillées

Exercice 1 :

Alice et Bérénice disputent un match de badminton. La première à gagner deux parties de suite ou trois parties en tout gagne le match.

De combien de manières différentes ce match peut-il se dérouler ?

Notation: A signifie "Alice gagne" et B signifie "Bérénice gagne".

Exercice 2 :

Pierre a le temps de jouer à la roulette cinq parties tout au plus. A chaque partie, il gagne ou il perd 1 franc. Il commence à jouer avec un franc et arrête avant la cinquième partie s'il a perdu tout son argent ou s'il a gagné trois francs (et donc qu'il possède 4 francs).

Déterminer le nombre de cheminements différents que le jeu peut prendre jusqu'à son terme.

Exercice 3 :

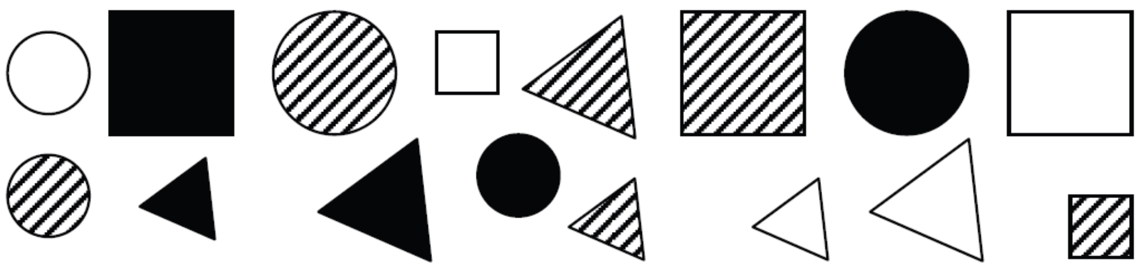
Dans une urne qui contient 5 boules numérotées de 1 à 5, Ariel tire 3 boules sans remises. Combien y a-t-il de tirages possibles ? Et avec remises des boules ?

Exercice 4 :

On lance une pièce de monnaie et on s'arrête dès qu'on a obtenu trois fois le même côté. Construire un arbre représentant cette situation.

Exercice 5 :

Observer les figures ci-dessous. Faire une liste des critères qui les différencient et décrire à l'aide d'un arbre toutes les possibilités. Quelles figures manquent sur le dessin ?



Exercice 6 :

Calculer : $2!,\ 3!,\ 4!,\ 5!,\ 6!,\ 7!,\ 8!,\ 9!,\ 10!,\ 11!\ et\ \ 12!$

Exercice 7 :

Simplifier les factions au maximum :

$$\frac{13!}{11!},\quad \frac{7!}{10!},\quad \frac{100!}{98!},\quad \frac{127!}{4!\cdot 123!},\quad \frac{136!}{133!\cdot 3!},\quad \frac{199!}{192!\ \cdot 7!},\quad \frac{134!}{11!\cdot 123!}$$

Exercice 8 :

Calculer : $\frac{n!}{(n-2)!}$, $\frac{(n+2)!}{n!}$, $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

Exercice 9 :

Les affirmations ci-dessous sont-elles justes ou fausses ?

a) $20! = 4!\cdot 5!$

b) $5! > 2^5$

c) $n! > 2^n, si\ n > 3$

d) $(m+n)! = m! + n!$

e) $k! = k\cdot (k-1)!$

f) $(m\cdot n)! = m!\cdot n!$

g) $(2n)! = 2!\cdot n!$

Solutions :

Ex 1: 10 manières possibles: AA, ABB, ABAA, ABABA, ABABB, BB, BAA,BABB, BABAA, BABAB

Ex 2: 11 manières différentes

Ex 3: $5\cdot 4\cdot 3 = 60$ possibilités sans remise. $5\cdot 5\cdot 5 = 125$ Possibilités avec remise.

Ex 4: 20 possibilités

Ex 5: critères: (carré, rond, triangle) & (petit, grand), (noir, blanc, hachuré). Il manque le petit carré noir et le grand rond blanc

Ex 6: $2! = 2, 3! = 6, 4! = 24, 5! = 120, 6! = 720, 7! = 5040, 8! = 40320, 9! = 362880,$
$$10! = 3628800, 11! = 39916800, 12! = 479001600$$

Ex 7: $\frac{13!}{11!} = 156$; $\frac{7!}{10!} = \frac{1}{720}$, $\frac{100!}{98!} = 9900,\frac{127!}{4!\cdot 123!} = 10334625$, $\frac{136!}{133!\cdot 3!} = 410040$,
$$\frac{199!}{192!\ \cdot 7!} = 199\cdot 33\cdot 197\cdot 7\cdot 13\cdot 97\cdot 193 \cong 2{,}2039\cdot 10^{12}\ ,\frac{134!}{11!\cdot 123!} \cong 4{,}1105\cdot 10^{15}$$

Ex 8: $\frac{n!}{(n-2)!} = n^2 - n, \frac{(n+2)!}{n!} = n^2 + 3n + 2\ , \frac{(n+1)!}{(n-1)!} =\ n^2 + n$

Ex 9: a) faux b) vrai c) vrai d) faux e) vrai f) faux g) faux