

Analyse combinatoire Série 3

Ne pas écrire sur l'énoncé ! Rédigez vos réponses sur des feuilles quadrillées !

Exercice 1 : Dans une course de 10 chevaux, combien peut-il y avoir de podiums différents ? (un podium comporte 3 places)

Exercice 2 :

Combien de mots différents de 4 lettres peut-on former à l'aide des 7 lettres A, B, C, D, E, F et G si on peut répéter les lettres dans les mots ?

Exercice 3 :

Combien de séquences différentes peut-on lire sur un compteur kilométrique de voiture à 6 chiffres ?

Exercice 4 :

De combien de façons peut-on former une cordée de 3 hommes en les choisissant parmi 10 alpinistes ? (l'ordre a une importance)

Exercice 5 :

On doit envoyer 7 lettres, mais on ne dispose que de 4 timbres. Combien y a-t-il de choix d'envois possibles ?

Exercice 6 :

Il y a 8 balles numérotées de 1 à 8 dans une urne. Combien de nombres de 3 chiffres peut-on former :

a) avec remplacement des balles dans l'urne ? b) sans remplacement des balles dans l'urne ?

Exercice 7 :

Combien de comités de 3 personnes peut-on former avec 8 personnes ?

Exercice 8 :

Combien de comités de 3 hommes et 2 femmes peut-on former avec 7 hommes et 5 femmes ?

Exercice 9 :

Une classe compte 24 élèves. De combien de façons peut-on former :

a) 3 groupes de 8 élèves ? b) 8 groupes de 3 élèves ?

Exercice 10 :

Combien un village doit-il avoir d'habitants au minimum pour que l'on soit sûr que deux personnes au moins aient les mêmes initiales (initiales = 2 lettres).

Exercice 11 :

Une personne doit répondre à 6 questions posées dans un ordre déterminé. Elle ne peut répondre à chacune des questions que par "vrai" ou "faux". Quel est le nombre de réponses possibles à ce questionnaire ?

Exercice 12 :

Combien de nombres de 3 chiffres peut-on former avec les dix chiffres de 0 à 9 si :

- a) Les répétitions ne sont pas admises et les nombres peuvent commencer par 0 ?
- b) Les répétitions ne sont pas admises et les nombres commençant par 0 ne sont pas admis ?
- c) Les répétitions sont admises et les nombres peuvent commencer par 0 ?
- d) Les répétitions sont admises et les nombres commençant par 0 ne sont pas admis ?
- e) Les répétitions ne sont pas admises, les nombres commençant par 0 ne sont pas admis et le dernier chiffre est un 9 ?

Exercice 13 :

Une plaque d'immatriculation contient 2 lettres distinctes suivies de 3 chiffres dont le premier est différent de zéro. Combien y a-t-il de plaques différentes ?

Exercice 14 :

Lors d'un examen, un étudiant doit répondre à 10 questions sur 13 :

- a) Combien de choix possibles a-t-il ?
- b) Combien de choix a-t-il s'il doit répondre aux 2 premières questions ?
- c) Combien de choix a-t-il s'il doit répondre à la première ou à la deuxième question exclusivement ?
- d) Combien de choix a-t-il s'il doit répondre à exactement 3 des 5 premières questions ?
- e) Combien de choix a-t-il s'il doit répondre à au moins 3 des 5 premières questions ?

Exercice 15 :

L'association des élèves d'un lycée est constituée d'un comité de 3 étudiants de première année, 4 étudiants de deuxième, 5 étudiants de troisième et 2 de quatrième. Un groupe de travail de 4 étudiants de ce comité comportant un représentant de chaque niveau doit être formé.

Combien de groupes de travail peut-on former ?

Exercice 16 : Simplifier l'expression donnée, puis calculer sa valeur :

a) $\frac{12!}{9!}$ b) $\frac{12!}{8!4!}$ c) $\frac{100!}{98!5!}$ d) $\frac{n!}{(n-2)!}$ e) $\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$

Exercice 17 :

Lors d'une course où il ne peut y avoir d'ex aequo, il est prévu d'attribuer un certain nombre de prix, tous différents, aux premiers du classement. De combien de manières différentes ces prix peuvent-ils être répartis entre les concurrents s'il y a :

- a) 10 participants et 4 prix ?
 b) 6 participants et 6 prix ?
 c) n participants et 4 prix, avec $n > 4$?
 d) n participants et n prix ?
 e) n participants et p prix, avec $n > p$?

Exercice 18 :

Dans une société de 20 personnes, on veut élire un président, un secrétaire et un caissier. Combien de comités différents peut-on imaginer ?

Exercice 19 :

Je veux disposer 10 livres sur un rayon de bibliothèque. Cinq d'entre eux sont des livres de mathématiques, trois de physique, deux de chimie et un de biologie. Je veux les ranger de sorte que tous les livres traitant du même sujet restent groupés.

Combien y a-t-il de dispositions possibles ?

Exercice 20 : De combien de façons peut-on placer 7 enfants

- a) en file indienne ?
 b) en formant un cercle ?

Solutions :

Ex 1: 720 possibilités **Ex 2:** $7^4 = 2401$ mots différents **Ex 3:** 10^6 choix **Ex 4:** $A_3^{10} = 720$ possibilités

Ex 5: $C_4^7 = 35$ possibilités **Ex 6:** a) $\overline{A_3^8} = 512$ b) $A_3^8 = 336$ **Ex 7:** $C_3^8 = 56$ **Ex 8:** $C_3^7 \cdot C_2^5 = 350$

Ex 9: a) $C_8^{24} \cdot C_8^{16} \cdot C_8^8 = 9'465'511'770$ façons b) $C_3^{24} \cdot C_3^{21} \cdot C_3^{18} \cdot C_3^{15} \cdot C_3^{12} \cdot C_3^9 \cdot C_3^6 \cdot C_3^3 = \frac{24!}{(3!)^8} \cong 3,7 \cdot 10^{17}$

Ex 10: Il y a 26 lettres, donc $\overline{A_2^{26}} = 26^2 = 676$ donc $676 + 1 = 677$ habitants

Ex 11: $(A_1^2)^6 = \overline{A_6^2} = 64$ réponses possibles. **Ex 12:** a) $A_3^{10} = 720$ b) $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ c) $\overline{A_3^{10}} = 10^3$

d) $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$ e) $8 \cdot 8 \cdot 1 = 64$ **Ex 13:** $26 \cdot 25 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 585'000$

Ex 14: a) $C_{10}^{13} = 286$ b) $C_2^2 \cdot C_8^{11} = 165$ c) $C_1^2 \cdot C_9^{11} = 110$ d) $C_3^5 \cdot C_7^8 = 80$

e) "ou bien" correspond à additionner les alternatives: $C_3^5 \cdot C_7^8 + C_4^5 \cdot C_6^8 + C_5^5 \cdot C_5^8 = 80 + 140 + 56 = 276$

Ex 15: 120 **Ex 16 :** a) 1320 b) 495 c) 82,5 d) $n(n-1)$ e) $(n+2)(n+1)n$

Ex 17: a) 5040 b) 720 c) $n(n-1)(n-2)(n-3)$ d) $n!$ e) $\frac{n!}{(n-p)!}$ **Ex 18:** A_3^{20} **Ex 19:** $P_5 P_3 P_2 P_1 P_4$

Ex 20 : a) 5040 b) 720