

Analyse combinatoire Série 3

Ne pas écrire sur l'énoncé ! Rédigez vos réponses sur des feuilles quadrillées !



Exercice 1 : Dans une course de 10 chevaux, combien peut-il y avoir de podiums différents ? (un podium comporte 3 places)

Exercice 2 :

Combien de mots différents de 4 lettres peut-on former à l'aide des 7 lettres A, B, C, D, E, F et G si on peut répéter les lettres dans les mots ?

Exercice 3 :

Combien de séquences différentes peut-on lire sur un compteur kilométrique de voiture à 6 chiffres ?

Exercice 4 :

De combien de façons peut-on former une cordée de 3 hommes en les choisissant parmi 10 alpinistes ? (l'ordre a une importance)



Exercice 5 :

On doit envoyer 7 lettres, mais on ne dispose que de 4 timbres. Combien y a-t-il de choix d'envois possibles ?

Exercice 6 :

Il y a 8 balles numérotées de 1 à 8 dans une urne. Combien de nombres de 3 chiffres peut-on former :

a) avec remplacement des balles dans l'urne ? b) sans remplacement des balles dans l'urne ?

Exercice 7 :

Combien de comités de 3 personnes peut-on former avec 8 personnes ?

Exercice 8 :

Combien de comités de 3 hommes et 2 femmes peut-on former avec 7 hommes et 5 femmes ?

Exercice 9 :

Une classe compte 24 élèves. De combien de façons peut-on former :

a) 3 groupes de 8 élèves ? b) 8 groupes de 3 élèves ?

Exercice 10 :

Combien un village doit-il avoir d'habitants au minimum pour que l'on soit sûr que deux personnes au moins aient les mêmes initiales (initiales = 2 lettres).

Exercice 11 :

Une personne doit répondre à 6 questions posées dans un ordre déterminé. Elle ne peut répondre à chacune des questions que par "vrai" ou "faux". Quel est le nombre de réponses possibles à ce questionnaire ?

Exercice 12 :

Combien de nombres de 3 chiffres peut-on former avec les dix chiffres de 0 à 9 si :

- a) Les répétitions ne sont pas admises et les nombres peuvent commencer par 0 ?
- b) Les répétitions ne sont pas admises et les nombres commençant par 0 ne sont pas admis ?
- c) Les répétitions sont admises et les nombres peuvent commencer par 0 ?
- d) Les répétitions sont admises et les nombres commençant par 0 ne sont pas admis ?
- e) Les répétitions ne sont pas admises, les nombres commençant par 0 ne sont pas admis et le dernier chiffre est un 9 ?

Exercice 13 :

Une plaque d'immatriculation contient 2 lettres distinctes suivies de 3 chiffres dont le premier est différent de zéro. Combien y a-t-il de plaques différentes ?

Exercice 14 :

Lors d'un examen, un étudiant doit répondre à 10 questions sur 13 :

- a) Combien de choix possibles a-t-il ?
- b) Combien de choix a-t-il s'il doit répondre aux 2 premières questions ?
- c) Combien de choix a-t-il s'il doit répondre à la première ou à la deuxième question exclusivement ?
- d) Combien de choix a-t-il s'il doit répondre à exactement 3 des 5 premières questions ?
- e) Combien de choix a-t-il s'il doit répondre à au moins 3 des 5 premières questions ?

Solutions :

Ex 1: 720 possibilités **Ex 2:** $7^4 = 2401$ mots différents **Ex 3:** 10^6 choix **Ex 4:** $A_3^{10} = 720$ possibilités

Ex 5: $C_4^7 = 35$ possibilités **Ex 6:** a) $\overline{A_3^8} = 512$ b) $A_3^8 = 336$ **Ex 7:** $C_3^8 = 56$ **Ex 8:** $C_3^7 \cdot C_2^5 = 350$

Ex 9: a) $C_8^{24} \cdot C_8^{16} \cdot C_8^8 = 9'465'511'770$ façons b) $C_3^{24} \cdot C_3^{21} \cdot C_3^{18} \cdot C_3^{15} \cdot C_3^{12} \cdot C_3^9 \cdot C_3^6 \cdot C_3^3 = \frac{24!}{(3!)^8} \cong 3,7 \cdot 10^{17}$

Ex 10: Il y a 26 lettres, donc $\overline{A_2^{26}} = 26^2 = 676$ donc $676 + 1 = 677$ habitants

Ex 11: $(A_1^2)^6 = \overline{A_6^2} = 64$ réponses possibles. **Ex 12:** a) $A_3^{10} = 720$ b) $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ c) $\overline{A_3^{10}} = 10^3$

d) $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$ e) $8 \cdot 8 \cdot 1 = 64$ **Ex 13:** $26 \cdot 25 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 585'000$

Ex 14: a) $C_{10}^{13} = 286$ b) $C_2^2 \cdot C_8^{11} = 165$ c) $C_1^2 \cdot C_9^{11} = 110$ d) $C_3^5 \cdot C_7^8 = 80$

e) "ou bien" correspond à additionner les alternatives: $C_3^5 \cdot C_7^8 + C_4^5 \cdot C_6^8 + C_5^5 \cdot C_5^8 = 80 + 140 + 56 = 276$