Géométrie vectorielle Série 2

Ne pas écrire sur l'énoncé. Résoudre les exercices sur des feuilles quadrillées

Exercice 1 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par $A(1;2;3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{d} = 2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} + \vec{k}$

Exercice 2 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par les points $A(2;3;5)$ et $B(1;5;7)$

Exercice 3 :

On donne une droite d par la représentation paramétrique :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \lambda \epsilon \mathbb{R}$$

Les points ci-dessous appartiennent-ils à la droite d ?

a) $A(6;-1;-8)$
b) $B(3;8;9)$
c) $C(6;-1;0)$
d) $D(-6;35;36)$
e) $E\left(\frac{17}{4};\frac{17}{4};\frac{25}{4}\right)$
f) $F\left(\frac{27}{5};\frac{4}{5};\frac{9}{5}\right)$

Exercice 4 :

Trouver une représentation paramétrique et donner des équations cartésiennes de la droite qui passe par $A(1;2;3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Exercice 5 :

On donne une droite d par le système d'équations paramétriques :

$$\begin{cases} x = 2 - 5k \\ y = -1 + k \\ z = 3k \end{cases}, k \epsilon \mathbb{R}$$

Déterminer le point de d:

a) qui a une abscisse égale à 12
b) qui a une ordonnée égale à 5
c) qui a une cote égale à -2
d) dont l'abscisse et la cote sont égales
e) dont la cote est égale au double de l'ordonnée

Exercice 6 : Soient $A(2;-1;0)$; $B(1;-1;3)$; $C(5;-2;1)$; $D(2;6;7)$ quatre points

a) Trouver les équations paramétriques des droites d_{AB} et d_{BC}

b) Le point $E(1;-1;6)$ appartient-il à la droite d_{AB} ?

c) Le point $F(-2;-1;12)$ appartient-il à la droite d_{AB} ?

d) Le point $G\left(\frac{33}{8};\frac{1}{3};\frac{11}{5}\right)$ appartient-il à la droite d_{CD} ?

e) Trouver quelle doit être la valeur de β pour que le point $H\left(\frac{5}{4};\beta;\frac{17}{2}\right)$ appartienne à la droite d_{CD}

Exercice 7 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par $A(-3;5;2)$ et parallèle à $\vec{j}$.

Exercice 8 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par $(0;-2;-7)$ et est parallèle à $\vec{\imath}$.

Exercice 9 :

Deux droites p et q sont données chacune par un système d'équations paramétriques :

$$p:\begin{cases} x = 4-3t \\ y = 6t \\ z = 8-5t \end{cases}, t\epsilon\mathbb{R} \qquad q:\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 5-2t, \\ z = 1+t \end{cases} t\epsilon\mathbb{R}$$

Donner pour chacune d'elles un système d'équations cartésiennes du type:

$$\frac{x-a_1}{d_1} = \frac{y-a_2}{d_2} = \frac{z-a_3}{d_3}$$

Exercice 10 :

Une droite t est donnée par le système d'équations cartésiennes: $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{2}$

Donner une représentation paramétrique de la droite.

Exercice 11 :

Calculer les intersections des droites d et e avec les plans yOz, xOz et xOy

$$d:\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \lambda\epsilon\mathbb{R} \qquad e:\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mu\epsilon\mathbb{R}$$

Exercice 12 : Déterminer les traces des droites suivantes :

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, k\epsilon\mathbb{R}$

b) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, k\epsilon\mathbb{R}$

Exercice 13 :

Soit la droite d passant par les points $A(5;-2;6)$ et $B(2;4;15)$

Calculer les intersections de la droite avec les plans yOz, xOz et xOy

---

Exercice 14 :

Déterminer les traces de la droite d passant par les points $A\left(-4;-2;\frac{16}{3}\right)$ et $B\left(3;\frac{3}{2};-4\right)$

Exercice 15 :

Deux droites r et s sont données chacune par un système d'équations :

$$r:\begin{cases} x-2y=-13 \\ x+z=2 \end{cases}$$

$$s:\begin{cases} 3x+2y-z=4 \\ x-y+z=2 \end{cases}$$

Donner pour chacune d'elles une représentation paramétrique et un système d'équations cartésienne du type

$$\frac{x-a_1}{d_1}=\frac{y-a_2}{d_2}=\frac{z-a_3}{d_3}$$

Exercice 16 :

Montrer que les systèmes d'équations suivants déterminent la même droite.

$$\begin{cases} x=3+2k \\ y=5-2k, k\epsilon\mathbb{R} \\ z=1+k \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x=5+2r \\ y=3-2r, r\epsilon\mathbb{R} \\ z=2+r \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x=-1+s \\ y=9-s \\ z=-1+\frac{s}{2} \end{cases}, s\epsilon\mathbb{R}$$

Exercice 17 :

Montrer que les systèmes d'équations suivants déterminent la même droite.

$$\begin{cases} 16x-2y-11z=0 \\ 14x-y-10z=3 \end{cases} \quad et \quad \frac{x-2}{3}=\frac{y-5}{2}=\frac{z-2}{4}$$

Exercice 18 : Soit la droite d d'équations paramétriques $d:\begin{cases} x=5-\lambda \\ y=-1+3\lambda \\ z=1+\lambda \end{cases}, \lambda\epsilon\mathbb{R}$

a) Le point $A(3;5;2)$ appartient-il à d ?

b) On donne les points $B(1;6;0)$ et $C(3;0;-2)$. La droite (BC) est-elle parallèle à d ?

c) Etablissez une représentation paramétrique de la droite (BC).

Exercice 19 :

Soit d la droite passant par le point $A(2;2;-4)$ et de vecteur directeur $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

a) Ecrire un système d'équations paramétriques de d
b) Les points $R(3;\,4;-1)$; $S(4;\,6;\,-2)$ et $T(-1;-4;\,-13)$ sont-ils des éléments de d ?
c) Déterminer les points suivants s'ils existent

1. le point de d d'abscisse 5
2. le point d'ordonnée 10
3. le point de cote 3

d) Déterminer l'intersection de d avec les plans (xOy), (xOz) et (yOz).

Exercice 20 :

La droite d a pour équations cartésiennes: $\frac{x-3}{3} = -\frac{y}{6} = \frac{2-z}{2}$

a) Donner un vecteur directeur de d
b) Donner un système paramétrique de d
c) Donner une représentation cartésienne et une représentation paramétrique de la droite e qui est parallèle à d et qui passe par le point $C(1;\,0;-2)$.

Exercice 21 :

La droite d a pour équations cartésiennes: $\frac{x-3}{-1} = y = \frac{z-4}{2}$

a) Déterminer les traces de d
b) donner une représentation paramétrique de la droite d
c) Représenter graphiquement la droite d (esquisse soigneuse !)

Exercice 22 :

La droite d a pour équations cartésiennes $x = \frac{y+2}{2} = \frac{4-z}{2}$:
a) Déterminer les traces de d
b) donner une représentation paramétrique de la droite d
c) Représenter graphiquement la droite d (esquisse soigneuse !)

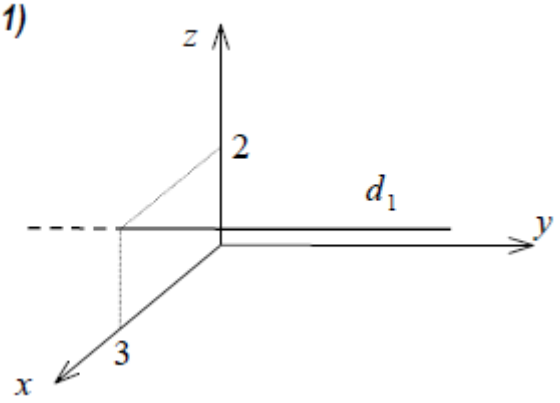
Exercice 23 :

La droite d a pour équations cartésiennes: $\frac{x-3}{3} = \frac{y}{-6} = \frac{2-z}{2}$
a) Déterminer les traces de d
b) donner une représentation paramétrique de la droite d
c) Représenter graphiquement la droite d (esquisse soigneuse !)

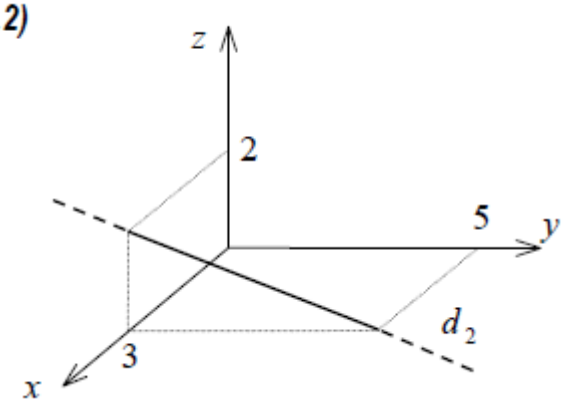
Exercice 24 :

Déterminer les équations cartésiennes et paramétriques des droites:

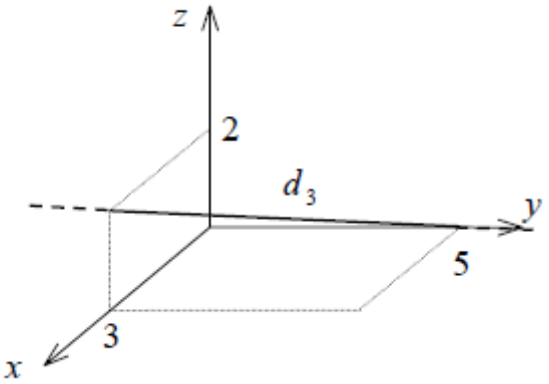
7.1)



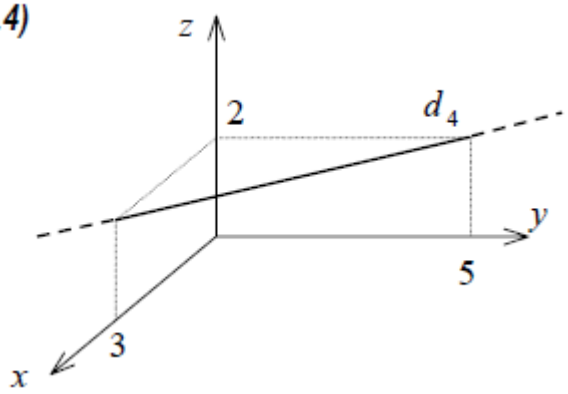
7.2)



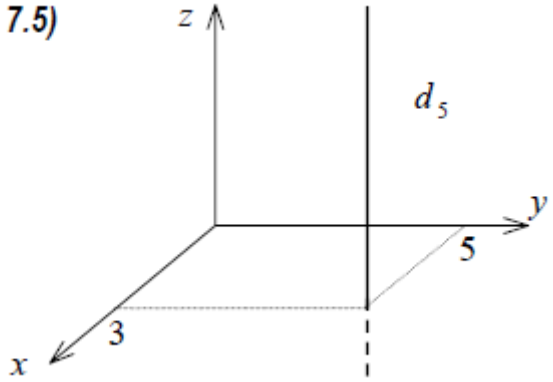
7.3)



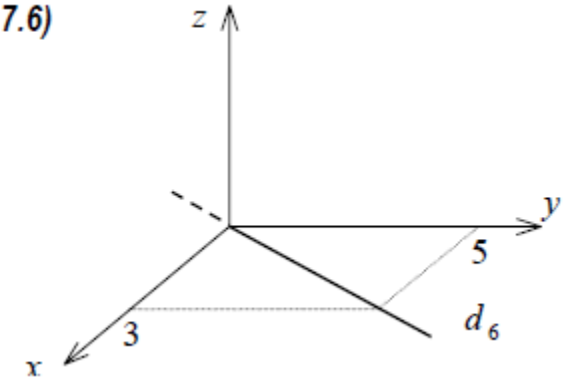
7.4)



7.5)



7.6)



Exercice 25 :

Soient les droites $d_1 : \frac{x-3}{2} = -y - 1 = \frac{z-1}{3}$ et $d_2 : -x = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{4}$

a) Calculer l'intersection $d_1 \cap d_2$

b) En déduire la position relative des deux droites considérées.

Exercice 26 :

Soient les droites $d: 1 - x = y - 3 = \frac{z-3}{4}$ et $d': \frac{x}{3} = 2 - y = \frac{z+19}{2}$

a) Déterminer l'intersection $d \cap d'$
b) En déduire la position relative des deux droites considérées

Exercice 27 :

Soit Les droites $d: x - 1 = y + 1 = \frac{z+3}{4}$ et $d': x - 5 = y - 7 = \frac{z-1}{4}$
a) Déterminer l'intersection $d \cap d'$
b) En déduire la position relative des deux droites considérées.

Exercice 28 :

Soient les droites $d: x - 1 = y + 1 = \frac{z+3}{4}$ et $d': x - 13 = y - 11 = \frac{z-45}{4}$

a) Déterminer l'intersection $d \cap d'$
b) En déduire la position relative des deux droites considérées.

Exercice29 : Déterminer les équations paramétriques et cartésiennes de la droite:

a) parallèle à l'axe Oy et passant par le point $(5; 4; 1)$
b) parallèle à l'axe Oz et passant par le point $(2; 0; -7)$
c) parallèle à la droite d'équations $\frac{x+4}{2} = y - 3 = \frac{2-z}{5}$ et passant par le point $(1; -4; 6)$
d) parallèle à la droite d'équations $\frac{x+4}{2} = \frac{3-y}{4} = \frac{z}{9}$ et passant par le point $(11; -2; 0)$

Solutions Géométrie vectorielle Série 2:

Ex 1: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 2: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 3: a) non b) oui c) oui d) oui e) non f) oui

Ex 4: $\begin{cases} x = 1 \\ y + z - 5 = 0 \end{cases}$

Ex 5: a) $(12; -3; -6)$ b) $(-28; 5; 18)$ c) $\left(\frac{16}{3}; -\frac{5}{3}; -2\right)$ d) $\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)$ e) $(12; -3; -6)$

Ex 6: a) $d_{AB}: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 \\ z = 3t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ $d_{BC}: \begin{cases} x = 1 + 4n \\ y = -1 - n \\ z = 3 - 2n \end{cases}; n \in \mathbb{R}$ b) non c) oui d) non e) $\beta = 8$

Ex 7: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 8: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 9: $p: \frac{x-4}{-3} = \frac{y}{6} = \frac{z-8}{-5}$ $\quad q: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-2} = z-1$

Ex 10: $t: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 11: a) $(2; -2; 0); (0; -4; 6); (4; 0; -6)$ b) $(5; 6; 0); (0; 6; -1); pas\ de\ trace\ sur\ (xOz)$

Ex 12: a) $(2; -10; 0); pas\ de\ trace\ sur\ yOz; (2; 0; 6)$ b) pas de trace sur $xOy\ ni\ xOz$; $(0; -7; 1)$

Ex 13: $(0; 8; 21); (4; 0; 9); (7; -6; 0)$

Ex 14: $(0; 0; 0); (0; 0; 0); (0; 0; 0)$

Ex 15: $r: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$ $\quad r: \frac{x+1}{2} = y - 6 = \frac{z-3}{-2}$

$s: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$; $s: x = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-8}{-5}$

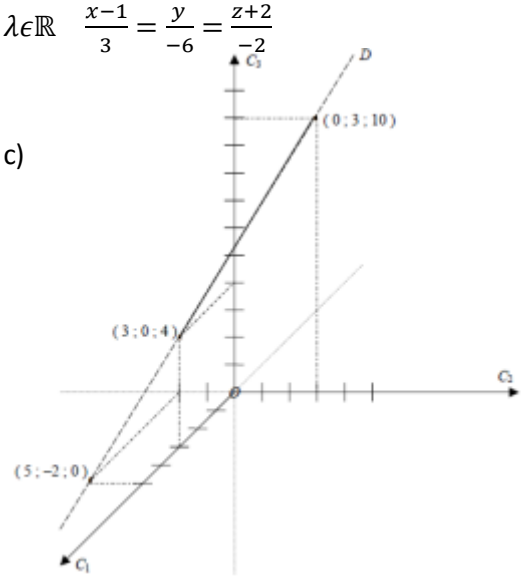
Ex 16 & 17: Vérifier que même vecteur directeur & un point en commun.

Exercice 18: a) non b) oui c) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$

Exercice 19: a) $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = -4 + 3\lambda \end{cases}, \lambda \epsilon \mathbb{R}$ b) $R \in d, S \notin d, T \in d$ c) 1. $(5; 8; 5)$ 2. $(6; 10; 8)$ 3. $\left(\frac{13}{3}; \frac{20}{3}; 3\right)$
d) $\left(\frac{10}{3}; \frac{14}{3}; 0\right); (1; 0; -7); (0; -2; -10)$

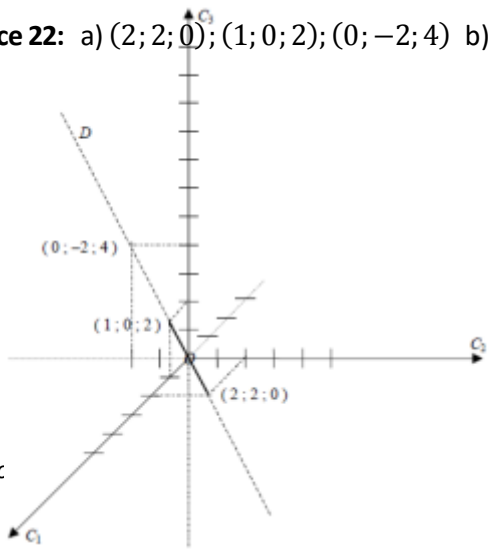
Exercice 20: a) $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{cases} x = 3 + 3k \\ y = -6k \\ z = 2 - 2k \end{cases} k \epsilon \mathbb{R}$ c) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}, \lambda \epsilon \mathbb{R}$ $\quad \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-6} = \frac{z+2}{-2}$

Exercice 21: a) $(5; -2; 0); (3; 0; 4); (0; 3; 10)$ b) $\begin{cases} x = -\lambda + 3 \\ y = \lambda \\ z = 2\lambda + 4 \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$ c)

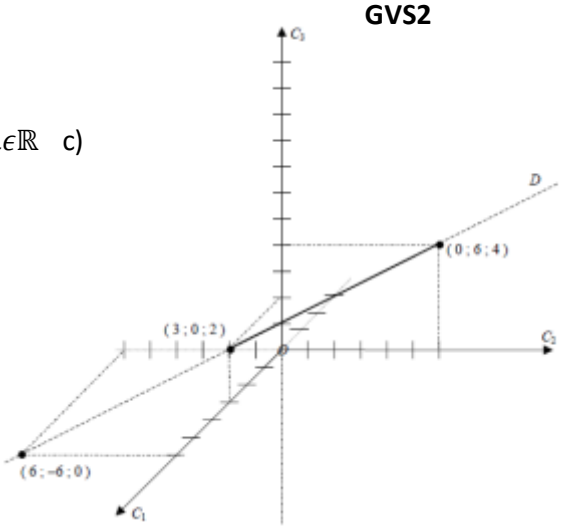


Exercice 22: a) $(2; 2; 0); (1; 0; 2); (0; -2; 4)$ b) $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda - 2 \\ z = -2\lambda + 4 \end{cases}, \lambda \epsilon \mathbb{R}$

c)



Exercice 23: a) $(6;-6;0)$; $(3;0;2)$; $(0;6;4)$ b) $\begin{cases} x = 3+3\lambda \\ y = -6\lambda \\ z = -2\lambda+2 \end{cases}, \lambda\epsilon\mathbb{R}$ c)



Exercice 24:

	Représentation paramétrique	Equations cartésiennes
1	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda\epsilon\mathbb{R}$	$x = 3; y\epsilon\mathbb{R}; z = 2$
2	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \lambda\epsilon\mathbb{R}$	$\frac{y}{-5} = \frac{z-2}{2}; x = 3$
3	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \lambda\epsilon\mathbb{R}$	$\frac{x-3}{-3} = \frac{y}{5} = \frac{z-2}{-2}$
4	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda\epsilon\mathbb{R}$	$\frac{y}{-5} = \frac{x-3}{3}; z = 2$
5	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda\epsilon\mathbb{R}$	$x = 3; y = 5; z\epsilon\mathbb{R}$
6	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda\epsilon\mathbb{R}$	$\frac{x}{3} = \frac{y}{5}; z = 0$

Exercice 25: a) $d_1 \cap d_2 = \{(1;0;-2)\}$ b) sécantes

Exercice 26: a) $d \cap d' = \emptyset$ b) gauches

Exercice 27: a) $d \cap d' = \emptyset$ b) parallèles et distinctes

Exercice 28: a) $d \cap d' = d = d'$ b) parallèles et confondues

Exercice 29:

	Equations paramétriques	Equations cartésiennes
1	$\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 + k \\ z = 1 \end{cases} k\epsilon\mathbb{R}$	$x = 5; z = 1, y\epsilon\mathbb{R}$
2	$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = -7 + k \end{cases} k\epsilon\mathbb{R}$	$x = 2; y = 0; z\epsilon\mathbb{R}$
3	$\begin{cases} x = -4 + 2k \\ y = 3 + k \\ z = 2 - 5k \end{cases} k\epsilon\mathbb{R}$	$\frac{x-1}{2} = \frac{y-(-4)}{1} = z - 6$
4	$\begin{cases} x = 11 + 2k \\ y = -2 - 4k \\ z = 9k \end{cases} k\epsilon\mathbb{R}$	$\frac{x-11}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{9}$

Corrigé exercice 25:

Calculez l'intersection $D \cap D'$ lorsque D et D' sont données par les équations :

I = II = III

D : $\dfrac{x-3}{2} = -y-1 = \dfrac{z-1}{3}$ sur cette ligne, il y a deux équations : I = II et II = III ou I = III !!!

D' : $-x = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z-2}{4}$ même remarque.

Il s'agit de résoudre un système à trois inconnues, formé de <u>quatre</u> équations.
Ce système peut admettre :

- aucune solution (**système incompatible**, droite parallèles ou gauches)
- une **solution unique** qui donnera les coordonnées du point unique commun à D et D'
- une **infinité de solutions** dans les cas où D et D' sont des droites confondues.

Des équations de D', on tire : $y-3=-3x$ et $z-2=-4x$, ce qui donne : $\boxed{y=-3x+3}$ et $\boxed{z=-4x+2}$

Injectons ces expressions dans les équations de D : $\dfrac{x-3}{2} = -(-3x+3)-1 = \dfrac{(-4x+2)-1}{3}$

et vérifions si ces deux équations admettent la même solution :

I = II donne : $\dfrac{x-3}{2} = 3x-4 \Rightarrow x-3 = 6x-8 \Rightarrow 8-3 = 6x-x \Rightarrow 5 = 5x \Rightarrow x = 1$

II = III donne : $3x-4 = \dfrac{-4x+1}{3} \Rightarrow 9x-12 = -4x+1 \Rightarrow 13x = 13 \Rightarrow x = 1$.

C'est bien le cas, donc le système est compatible et admet une solution unique :
$x=1 \quad y=-3\cdot 1+3=0 \qquad z=-4\cdot 1+2=-2$

Donc les deux droites D et D' sont sécantes : $D \cap D' = \{(1;0;-2)\}$

Vérification : remplacer x, y et z dans les équations de D et D'.
Une **autre méthode** (plus simple ?) est décrite en page 5.

Autre méthode pour calculer l'intersection $D \cap D'$ lorsque D et D' sont données par les équations :

$D: \quad \dfrac{x-3}{2} = -y-1 = \dfrac{z-1}{3}$

$D': \quad -x = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z-2}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{x-0}{-1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z-2}{4}$

Cette méthode consiste à écrire une équation paramétrique de l'une des deux droites, puis à substituer $(x\,;y\,;z)$ dans l'équation cartésienne de l'autre droite.

Equation paramétrique de D' : $(x\,;y\,;z) = (0\,;3\,;2) + \lambda \cdot (-1\,;3\,;4), \quad \lambda \in \mathbb{R}$

Donc $x = -\lambda$; $y = 3+3\lambda$; $z = 2+4\lambda$

Substituons ces trois égalités dans l'équation cartésienne de D :

$D: \quad \dfrac{-\lambda-3}{2} = -(3+3\lambda)-1 = \dfrac{(2+4\lambda)-1}{3}$

C'est un système de 2 équations à une inconnue (λ).

Il y a une intersection si et seulement si ce système possède une solution.

Résolvons : $\begin{cases} \dfrac{-\lambda-3}{2} = -4-3\lambda \\ -4-3\lambda = \dfrac{1+4\lambda}{3} \end{cases}$

$-\lambda-3 = -8-6\lambda$ et $-12-9\lambda = 1+4\lambda$

$5\lambda = -5$ et $-13 = 13\lambda$

$\lambda = -1$ et $-1 = \lambda$; c'est la solution du système, donc les deux droites ont une intersection en :

$(x\,;y\,;z) = (0\,;3\,;2) + (-1)\cdot(-1\,;3\,;4)$, c'est à dire en : $(1\,;0\,;-2)$.

Corrigé exercice 26:

Calculez l'intersection $D \cap D'$ lorsque D et D' sont données par les équations :

$D: \quad 1-x=y-3=\dfrac{z-3}{4}$

$D': \quad \dfrac{x}{3}=2-y=\dfrac{z+19}{2}$

Même principe que l'exercice précédent.
Isolons, à partir des équations de D , y et z en fonction de x :

$1-x=y-3 \Rightarrow 4-x=y \Rightarrow \boxed{y=4-x}$

$1-x=\dfrac{z-3}{4} \Rightarrow 4-4x=z-3 \Rightarrow \boxed{z=7-4x}$

Injectons ces expressions dans les équations de D' : $\dfrac{x}{3}=2-(4-x)=\dfrac{(7-4x)+19}{2}$

et vérifions si ces deux équations admettent la même solution :

La 1ère égalité de D' donne : $\dfrac{x}{3}=2-(4-x) \Rightarrow \dfrac{x}{3}=x-2 \Rightarrow x=3x-6 \Rightarrow 6=2x \Rightarrow x=3$

La 2ème égalité de D' donne : $2-(4-x)=\dfrac{(7-4x)+19}{2} \Rightarrow x-2=12-2x \Rightarrow 3x=15 \Rightarrow x=5$

Nous constatons que les équations de D' ne peuvent pas être satisfaites par des valeurs $x, y\, z$ qui satisfont simultanément les équations de D. Ceci signifie simplement que les deux droites n'ont pas un point commun dont les coordonnées pourraient satisfaire toutes les contraintes posées par les quatre équations : $D \cap D' = \{\ \}$.

Donc D et D' sont gauches ou strictement parallèles. Comment préciser laquelle de ces deux éventualités est la bonne ?

En regardant le vecteur directeur de chaque droite :

$D: \vec{V}_D=(-1;1;4)$ et $D: \vec{V}_{D'}=(3;-1;2)$

Ces deux vecteurs directeurs n'étant pas colinéaires, les deux droites ne sont pas parallèles.
Elles sont donc gauches.

Autre méthode pour calculer l'intersection $D \cap D'$ lorsque D et D' sont données par les équations :

$D: \quad 1-x=y-3=\dfrac{z-3}{4}$

$D': \quad \dfrac{x}{3}=2-y=\dfrac{z+19}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{x-0}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-(-19)}{2}$

Même méthode que ci-dessus :
Equation paramétrique de D' : $(x;y;z)=(0;2;-19)+\lambda\cdot(3;-1;2), \quad \lambda \in \mathbb{R}$
Donc $x=3\lambda$; $y=2-\lambda$; $z=-19+2\lambda$
Substituons ces trois égalités dans l'équation cartésienne de D :

$D: \quad 1-3\lambda=2-\lambda-3=\dfrac{-19+2\lambda-3}{4}$

C'est un système de 2 équations à une inconnue (λ).
Il y a une intersection si et seulement si ce système possède une solution.

Résolvons : $\begin{cases} 1-3\lambda=-\lambda-1 \\ -\lambda-1=\dfrac{-22+2\lambda}{4} \end{cases}$

$2=2\lambda$ et $-4\lambda-4=-22+2\lambda$

$\lambda=1$ et $18=6\lambda$

$\lambda=1$ et $\lambda=3$; Il n'y a pas une solution satisfaisant les deux équations en même temps, donc les deux droites n'ont pas d'intersection.