Géométrie Vectorielle Série 2

Ne pas écrire sur l'énoncé. Résoudre les exercices sur des feuilles quadrillées

Exercice 1 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par $A(1; 2; 3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{d} = 2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} + \vec{k}$

Exercice 2 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par les points $A(2; 3; 5)$ et $B(1; 5; 7)$

Exercice 3 :

On donne une droite d par la représentation paramétrique :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \lambda \epsilon \mathbb{R}$$

Les points ci-dessous appartiennent-ils à la droite d ?

a) $A(6; -1; -8)$
b) $B(3; 8; 9)$
c) $C(6; -1; 0)$
d) $D(-6; 35; 36)$
e) $E\left(\frac{17}{4}; \frac{17}{4}; \frac{25}{4}\right)$
f) $F\left(\frac{27}{5}; \frac{4}{5}; \frac{9}{5}\right)$

Exercice 4 :

Trouver une représentation paramétrique et donner des équations cartésiennes de la droite qui passe par $A(1; 2; 3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Exercice 5 :

On donne une droite d par le système d'équations paramétriques :

$$\begin{cases} x = 2 - 5k \\ y = -1 + k \\ z = 3k \end{cases}, k \epsilon \mathbb{R}$$

Déterminer le point de d:

a) qui a une abscisse égale à 12
b) qui a une ordonnée égale à 5
c) qui a une cote égale à -2
d) dont l'abscisse et la cote sont égales
e) dont la cote est égale au double de l'ordonnée

Exercice 6 : Soient $A(2;-1;0)$; $B(1;-1;3)$; $C(5;-2;1)$; $D(2;6;7)$ quatre points

a) Trouver les équations paramétriques des droites d_{AB} et d_{BC}

b) Le point $E(1;\ -1;6)$ appartient-il à la droite d_{AB} ?

c) Le point $F(-2;-1;12)$ appartient-il à la droite d_{AB} ?

d) Le point $G\left(\frac{33}{8};\frac{1}{3};\frac{11}{5}\right)$ appartient-il à la droite d_{CD} ?

e) Trouver quelle doit être la valeur de β pour que le point $H\left(\frac{5}{4};\beta;\frac{17}{2}\right)$ appartienne à la droite d_{CD}

Exercice 7 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par $A(-3;5;2)$ et parallèle à $\vec{j}$.

Exercice 8 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par $(0;-2;-7)$ et est parallèle à $\vec{\imath}$.

Exercice 9 :

Deux droites p et q sont données chacune par un système d'équations paramétriques :

$$p:\begin{cases} x = 4-3t \\ y = 6t \\ z = 8-5t \end{cases},\ t\epsilon\mathbb{R} \qquad q:\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 5-2t \\ z = 1+t \end{cases},\quad t\epsilon\mathbb{R}$$

Donner pour chacune d'elles un système d'équations cartésiennes du type:

$$\frac{x-a_1}{d_1}=\frac{y-a_2}{d_2}=\frac{z-a_3}{d_3}$$

Exercice 10 :

Une droite t est donnée par le système d'équations cartésiennes : $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{7}=\frac{z-3}{2}$

Donner une représentation paramétrique de la droite.

Exercice 11 :

Calculer les intersections des droites d et e avec les plans yOz, xOz et xOy

$$d:\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix},\lambda\epsilon\mathbb{R} \qquad e:\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\mu\epsilon\mathbb{R}$$

Exercice 12 : Déterminer les traces des droites suivantes :

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, k \epsilon \mathbb{R}$

b) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, k \epsilon \mathbb{R}$

Exercice 13 :

Soit la droite d passant par les points $A(5; -2; 6)$ et $B(2; 4; 15)$

Calculer les intersections de la droite avec les plans yOz, xOz et xOy

---

Exercice 14 :

Déterminer les traces de la droite d passant par les points $A\left(-4; -2; \frac{16}{3}\right)$ et $B\left(3; \frac{3}{2}; -4\right)$

Exercice 15 :

Deux droites r et s sont données chacune par un système d'équations :

$$r: \begin{cases} x - 2y = -13 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

$$s: \begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

Donner pour chacune d'elles une représentation paramétrique et un système d'équations cartésienne du type

$$\frac{x - a_1}{d_1} = \frac{y - a_2}{d_2} = \frac{z - a_3}{d_3}$$

Exercice 16 :

Montrer que les systèmes d'équations suivants déterminent la même droite.

$\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = 5 - 2k, k \epsilon \mathbb{R} \\ z = 1 + k \end{cases}$; $\begin{cases} x = 5 + 2r \\ y = 3 - 2r, r \epsilon \mathbb{R} \\ z = 2 + r \end{cases}$ et $\begin{cases} x = -1 + s \\ y = 9 - s \\ z = -1 + \frac{s}{2} \end{cases}, s \epsilon \mathbb{R}$

Exercice 17 :

Montrer que les systèmes d'équations suivants déterminent la même droite.

$$\begin{cases} 16x - 2y - 11z = 0 \\ 14x - y - 10z = 3 \end{cases} \quad et \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{4}$$

Solutions Géométrie vectorielle Série 2 :

Ex 1 : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 2: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 3 : a) non b) oui c) oui d) oui e) non f) oui

Ex 4 : $\begin{cases} x = 1 \\ y + z - 5 = 0 \end{cases}$

Ex 5 : a) $(12;\ -3; -6)$ b) $(-28; 5; 18)$ c) $\left(\frac{16}{3}; -\frac{5}{3}; -2\right)$ d) $\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)$ e) $(12; -3; -6)$

Ex 6 : a) $d_{AB}: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 \\ z = 3t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ $\quad d_{BC}: \begin{cases} x = 1 + 4n \\ y = -1 - n \\ z = 3 - 2n \end{cases}; n \in \mathbb{R}$ b) non c) oui d) non e) $\beta = 8$

Ex 7 : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 8 : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 9 : $p: \frac{x-4}{-3} = \frac{y}{6} = \frac{z-8}{-5}$ $\quad q: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-2} = z - 1$

Ex 10 : $t: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

Ex 11 : a) $(2; -2; 0); (0; -4; 6); (4; 0; -6)$ b) $(5; 6; 0); (0; 6; -1);$ $pas\ de\ trace\ sur\ (xOz)$

Ex 12 : a) $(2; -10; 0);$ $pas\ de\ trace\ sur\ yOz;$ $(2; 0; 6)$ b) pas de trace sur $xOy\ ni\ xOz;$

$(0; -7; 1)$

Ex 13 : $(0; 8; 21); (4; 0; 9); (7; -6; 0)$

Ex 14: $(0; 0; 0); (0; 0; 0); (0; 0; 0)$

Ex 15 : $r: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$ $\quad r: \frac{x+1}{2} = y - 6 = \frac{z-3}{-2}$

$s: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}; s: x = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-8}{-5}$

Ex 16 & 17: Vérifier que même vecteur directeur & un point en commun.