Probabilités Série 4

Exercice 1 :

Une boite contient 3 pièces de monnaie, l'une des pièces est normale, une autre porte deux faces, la troisième porte 2 piles. On extrait une pièce au hasard et on la lance.

a) Quelle est la probabilité d'avoir face ?

b) Sachant que l'on a obtenu face, quelle est la probabilité qu'il s'agisse de la pièce portant 2 faces ?

Exercice 2 :

Une enquête statistique est effectuée sur une volée d'élèves ayant tous passé leur examen de maturité. Il est établi que 30% des élèves continuent leurs études à l'université alors que les 70% restant s'engagent dans la vie active. Parmi les élèves devenus salariés 60% ont gardé un bon souvenir de leur passage au collège. On sait par ailleurs que sur l'ensemble de la volée, la proportion de ceux qui ont gardé un bon souvenir du collège est de 52%. On interroge un ancien élève au hasard. Quelle est la probabilité :

a) qu'il garde un bon souvenir du collège s'il est à l'université ?

b) qu'il soit déjà dans la vie active si l'on sait qu'il a gardé un bon souvenir du collège ?

Exercice 3 :

On jette une pièce de monnaie trois fois de suite et on considère les événements suivants :

A : "le même côté apparaît trois fois" B : "le côté face apparaît au moins deux fois"

C : "le côté pile apparaît au moins une fois"

a) Les événements A et B sont-ils indépendants ? b) et les événements A et C ?

c) calculer $P(A \cup B)$ et $P(B|C)$

Exercice 4 :

Un élève a, chaque jour, une chance sur huit d'avoir une interrogation.

1) Calculer la probabilité que l'élève n'ait pas d'interrogation durant 10 jours de suite

2) Calculer la probabilité que l'élève ait au moins une interrogation durant 10 jour consécutive.

3) Combien de jours consécutifs faut-il pour que l'élève ait plus de 9 chances sur 10 d'avoir au moins une interrogation durant cette période ?

Exercice 5 :

Un homme entre dans un bar. Quatre tabourets sont encore libres, et le destin veut que ses chances de rencontre diffèrent d'un tabouret à l'autre. Du premier au quatrième tabouret, ces chances sont respectivement d’une chance sur trois, trois chances sur cinq, aucune chance et trois chances sur quatre.

1) Calculer la probabilité que cet homme a, de faire la rencontre de sa vie.

2) Sachant qu'il a fait la rencontre de sa vie, quelle est la probabilité qu'il ait choisi le deuxième tabouret ?

3) Sachant que cela n'a pas été son jour de chance, quelle est la probabilité qu'il ait choisi le troisième tabouret ?

Solutions Probabilités Série 4 :

Ex 1 :

a) $P(F) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{3}{6} = 50\%$

b) $P(Truquée\ Face|Face) = \frac{P(Truquée\ Face \cap Face)}{P(Face)} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3} \cong 66{,}7\%$

Ex 2 :

a) 33,33% b) 80,77%

Ex 3 :

a) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ donc A et B sont indépendants. Donc, savoir que le côté face apparaît au moins deux fois ne donne aucune information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

b) $P(A \cap C) \neq P(A)P(C)$ donc A et C sont dépendants. Donc savoir que le côté pile apparaît au moins une fois donne de l'information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

c) $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ ou: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

$P(B|C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{3/8}{7/8} = \frac{3}{7}$

Ex 4 :

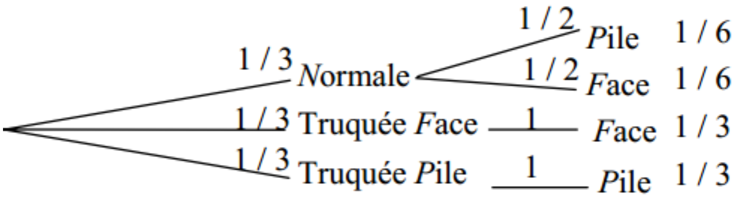
a) 26,3% b) 73,7% c) au moins 18 jours.

Ex 5 :

a) 42,08% b) 35,65% c) 43,16%

Solutions Détaillées Probabilités Série 4 :

Exercice 1 :

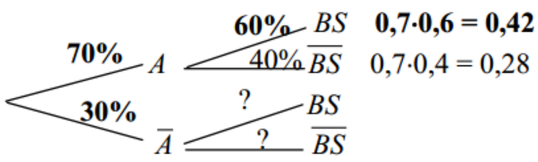


a) $P(F)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{3}{6}=50\%$

b) $P(Truquée\ Face|Face)=$
$\frac{P(Truquée\ Face\cap Face)}{P(Face)}=\frac{1/3}{1/2}=\frac{2}{3}\cong 66{,}7\%$

Exercice 2 :

Notons : A = "s'engagent dans la vie active", $\bar{A}$ = "continue l'uni",
BS = "a gardé un bon souvenir", $\overline{BS}$ = "n'a pas gardé un bon souvenir".



	A	$\bar{A}$	total
BS	**42%**	10%	**52%**
$\overline{BS}$	28%	20%	48%
total	**70%**	**30%**	**100%**

a)

La probabilité qu'il garde un bon souvenir du collège s'il est à l'université :

$$P(BS\,|\,\bar{A})=\frac{P(BS\cap\bar{A})}{P(\bar{A})}=\frac{10\%}{30\%}=0,\bar{3}\approx 33,33\%$$

b)

qu'il soit déjà dans la vie active si l'on sait qu'il a gardé un bon souvenir du collège :

$$P(A\,|\,BS)=\frac{P(A\cap BS)}{P(BS)}=\frac{42\%}{52\%}\approx 80,77\%$$

Exercice 3 :

$U=\{FFF;PFF;FPF;FFP;FPP;PFP;PPF;PPP\}$

$A=\{PPP;FFF\}$ $\quad B=\{FFF;PFF;FPF;FFP\}$ $\quad C=\{PPP;PPF;PFP;FPP;PFF;FPF;FFP\}$

$A\cap B=\{FFF\}$ $\quad A\cap C=\{PPP\}$ $\quad A\cup B=\{PPP;FFF;PFF;FPF;FFP\}$

$P(A)=2/8=1/4$; $P(B)=4/8=1/2$; $P(C)=7/8$ $\quad B\cap C=\{PFF;FPF;FFP\}$

$P(A\cap B)=1/8$; $P(A\cap C)=1/8$; $P(B\cap C)=3/8$

a) $P(A\cap B)=P(A)P(B)$ donc A et B sont indépendants. Donc, savoir que le côté face apparaît au moins deux fois ne donne aucune information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

b) $P(A\cap C)\neq P(A)P(C)$ donc A et C sont dépendants. Donc savoir que le côté pile apparaît au moins une fois donne de l'information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

c) $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ ou: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$
$P(B|C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{3/8}{7/8} = \frac{3}{7}$

Exercice 4 :

Notons : A_k = "avoir une interrogation après k jours".
Il faut tenir compte de par le contexte que les événements A_1 ; A_2 ; etc. sont indépendants.

1 Donc la probabilité que l'élève n'ait pas d'interrogation durant dix jours de suite est :

$$P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap \ldots \cap \overline{A}_{10}) = P(\overline{A}_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot \ldots \cdot P(\overline{A}_{10}) = \left(\frac{7}{8}\right)^{10} \approx 0,263 = 26,3\%$$

2 La probabilité que l'élève ait eu au moins une interrogation durant dix jours consécutifs :

$$1 - \text{la probabilité calculée précédemment} = 1 - \left(\frac{7}{8}\right)^{10} \approx 1 - 0,263 = 0,737 = 73,7\%$$

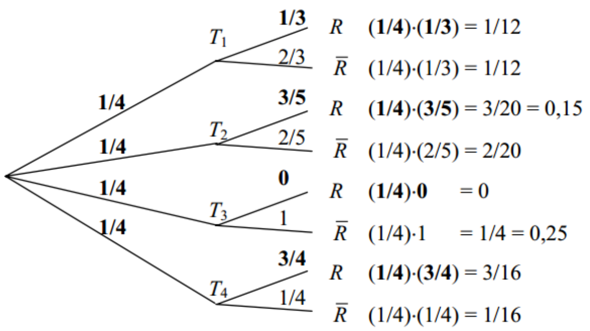
3 La probabilité que l'élève ait au moins une interrogation durant n jours de suite est : $1 - \left(\frac{7}{8}\right)^n$

On cherche n pour que cette probabilité soit plus grande ou égale à 0,9.

$$1 - \left(\frac{7}{8}\right)^n > 0,9 \iff 0,1 > \left(\frac{7}{8}\right)^n \iff \log(0,1) > n \cdot \log\left(\frac{7}{8}\right) \iff n > \frac{\log(0,1)}{\log\left(\frac{7}{8}\right)} \approx 17,24$$

Donc il faut au moins 18 jours pour que l'élève ait plus de neuf chances sur dix d'avoir une interrogation.

Exercice 5:



	T_1	T_2	T_3	T_4	total
R	**(1/4)·(1/3)**	**(1/4)·(3/5)**	**(1/4)·0**	**(1/4)·(3/4)**	1/12+3/20+0+3/16 ≈ 42,08%
$\overline{R}$	(1/4)·(2/3)	(1/4)·(2/5)	(1/4)·1	(1/4)·(1/4)	2/12+2/20+1/4+1/16 ≈ 57,92%
total	**1/4**	**1/4**	**1/4**	**1/4**	**1**

1 La probabilité qu'il fasse la rencontre de sa vie est : $P(R) \approx 42,08\%$ Somme des "R".

2 Sachant qu'il a fait la rencontre de sa vie, la probabilité qu'il ait choisi le deuxième tabouret est :

$$P(T_2 \mid R) \approx \frac{0,15}{0,4208} \approx 0,3565 = 35,65\%.$$ **(Il n'y a bien sûr aucune chance qu'il ait choisi le 3ème tabouret !)**

3 Sachant qu'il n'a pas fait la rencontre de sa vie, la probabilité qu'il ait choisi le troisième tabouret est :

$$P(T_3 \mid \overline{R}) \approx \frac{0,25}{0,5792} \approx 0,4316 = 43,16\%.$$