

Probabilités Série 5

Exercice 1 :

- a) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de $\frac{4}{10}$ et celle d'une fille de $\frac{6}{10}$, déterminer la probabilité qu'une famille de 3 enfants soit constituée de :
- (1) 3 filles (2) 2 filles (3) 1 fille (4) 0 fille
- b) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de $\frac{4}{10}$ et celle d'une fille de $\frac{6}{10}$, déterminer la probabilité qu'une famille de 4 enfants soit constituée de:
- (1) 4 filles (2) 3 filles (4) 2 filles (4) 1 fille (5) 0 fille
- c) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de p et celle d'une fille de $1 - p$, de trouver une formule qui donne la probabilité qu'une famille de n enfants soit constituée de k filles ? ($0 \leq k \leq n$)



Indication : La représentation par arbre de classement est la bienvenue !

Exercice 2 :

Une pièce bien équilibrée est lancée 6 fois:

- a) Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux "piles" ?
- b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins 4 "piles" ?
- c) Quelle est la probabilité d'avoir au moins 1 "pile" ?



Exercice 3 :

Mêmes questions que pour l'exercice 2, si la pièce n'est pas bien équilibrée et tombe avec une probabilité de $\frac{1}{3}$ sur "pile" et de $\frac{2}{3}$ sur "face".

Exercice 4 :

Un dé bien équilibré est lancé 5 fois.

- a) Quelle est la probabilité qu'un 1 ou un 2 apparaissent exactement 3 fois ?
- b) Quelle est la probabilité que n'apparaissent que des chiffres plus grands que 2 ?



Exercice 5 :

Une urne contient 10 boules, dont 6 rouges et 4 vertes. On tire une boule de l'urne, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne. On répète cette épreuve 3 fois de suite.

Quelle probabilité a-t-on, au cours de ces 3 épreuves successives indépendantes, de tirer au total 2 boules rouges et 1 verte ?

Exercice 6 :

Un centre de transfusion a établi le tableau suivant donnant la répartition des principaux groupes sanguins de ses donateurs:

	O	A	B	AB
Rhésus +	37 %	38,1 %	6,2 %	2,8 %
Rhésus -	7 %	7,2 %	1,2 %	0,5 %

- Quelle est la probabilité qu'un donneur pris au hasard soit A_+ ?
- Quelle est la probabilité qu'un donneur pris au hasard soit O ?
- Quelle est la probabilité que, dans un groupe de 10 donateurs aucun ne soit O_- ?
- Quelle est la probabilité que, dans un groupe de 10 donateurs quatre soient A_+ ?
- Si on convoque dix donateurs, quelle est la probabilité d'avoir au moins les trois donateurs O_+ nécessaires à une opération ?

Solutions Série 1 Probabilités

Exercice 1: a) (1) $C_3^3 \left(\frac{6}{10}\right)^3 \left(\frac{4}{10}\right)^0 = \frac{27}{125} = 21,6\%$ **(2)** $C_2^3 \left(\frac{6}{10}\right)^2 \left(\frac{4}{10}\right)^1 = \frac{54}{125} = 43,2\%$

(3) $C_1^3 \left(\frac{6}{10}\right)^1 \left(\frac{4}{10}\right)^2 = \frac{36}{125} = 28,8\%$ **(4)** $C_0^3 \left(\frac{6}{10}\right)^0 \left(\frac{4}{10}\right)^3 = \frac{8}{125} = 6,4\%$

b) (1) $C_4^4 \left(\frac{6}{10}\right)^4 \left(\frac{4}{10}\right)^0 = \frac{81}{625} = 12,96\%$ **(2)** $C_3^4 \left(\frac{6}{10}\right)^3 \left(\frac{4}{10}\right)^1 = \frac{216}{625} = 34,56\%$ **(3)** $C_2^4 \left(\frac{6}{10}\right)^2 \left(\frac{4}{10}\right)^2 = \frac{216}{625} = 34,56\%$

(4) $C_1^4 \left(\frac{6}{10}\right)^1 \left(\frac{4}{10}\right)^3 = \frac{96}{625} = 15,36$ **(5)** $C_0^4 \left(\frac{6}{10}\right)^0 \left(\frac{4}{10}\right)^4 = \frac{16}{625} = 2,56\%$

c) $B(k; n; 1-p) = C_k^n (1-p)^k p^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} (1-p)^k p^{n-k}$

Exercice 2: a) $B\left(2; 6; \frac{1}{2}\right) = C_2^6 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{15}{64} \cong 23,44\%$

b) $B\left(4; 6; \frac{1}{2}\right) + B\left(5; 6; \frac{1}{2}\right) + B\left(6; 6; \frac{1}{2}\right) = C_4^6 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + C_5^6 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1 + C_6^6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{15}{64} + \frac{3}{32} + \frac{1}{64} = \frac{11}{32} \cong 34,38\%$
ou: $1 - \left[B\left(0; 6; \frac{1}{2}\right) + B\left(1; 6; \frac{1}{2}\right) + B\left(2; 6; \frac{1}{2}\right) + B\left(3; 6; \frac{1}{2}\right)\right] = \frac{11}{32} \cong 34,38\%$

c) $1 - B\left(0; 6; \frac{1}{2}\right) = 1 - C_0^6 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64} \cong 98,44\%$

Exercice 3: a) $B\left(2; 6; \frac{1}{3}\right) = C_2^6 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{80}{243} \cong 32,92\%$

b) $B\left(4; 6; \frac{1}{3}\right) + B\left(5; 6; \frac{1}{3}\right) + B\left(6; 6; \frac{1}{3}\right) = C_4^6 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + C_5^6 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + C_6^6 \left(\frac{1}{3}\right)^6 \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{20}{243} + \frac{4}{243} + \frac{1}{729} = \frac{73}{729} \cong 10,01\%$
ou: $1 - \left[B\left(0; 6; \frac{1}{3}\right) + B\left(1; 6; \frac{1}{3}\right) + B\left(2; 6; \frac{1}{3}\right) + B\left(3; 6; \frac{1}{3}\right)\right] = \frac{73}{729} \cong 10,01\%$

c) $1 - B\left(0; 6; \frac{1}{3}\right) = 1 - C_0^6 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^6 = 1 - \frac{64}{729} = \frac{665}{729} \cong 91,22\%$

Exercice 4: a) $B\left(3; 5; \frac{2}{6}\right) = C_3^5 \left(\frac{2}{6}\right)^3 \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{40}{243} \cong 16,46\%$ **b)** $B\left(5; 5; \frac{4}{6}\right) = C_5^5 \left(\frac{4}{6}\right)^5 \left(\frac{2}{6}\right)^0 = \frac{32}{243} \cong 13,17\%$

Exercice 5: $B\left(2; 3; \frac{3}{5}\right) = C_2^3 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^1 = \frac{54}{125} \cong 43,2\%$ $P(R) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ $P(V) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Exercice 6: a) $P(A_+) = 38,1\%$ **b)** $P(O) = P(O_+) + P(O_-) = 44\%$

c) $P(\text{aucun } O_-) = B\left(0; 10; \frac{7}{100}\right) = C_0^{10} \left(\frac{7}{100}\right)^0 \left(\frac{93}{100}\right)^{10} \cong 48,40\%$

d) $P(4 A_+) = B\left(4; 10; \frac{38,1}{100}\right) = C_4^{10} \left(\frac{38,1}{100}\right)^4 \left(\frac{61,9}{100}\right)^6 \cong 24,89\%$

e) $P(\text{au moins 3 donateurs } O_+) = 1 - B\left(0; 10; \frac{37}{100}\right) - B\left(1; 10; \frac{37}{100}\right) - B\left(2; 10; \frac{37}{100}\right) =$
 $1 - C_0^{10} \left(\frac{37}{100}\right)^0 \left(\frac{63}{100}\right)^{10} - C_1^{10} \left(\frac{37}{100}\right)^1 \left(\frac{63}{100}\right)^9 - C_2^{10} \left(\frac{37}{100}\right)^2 \left(\frac{63}{100}\right)^8 \cong 77,94\%$