Révision résolution systèmes 3 × 3 :

Exercice 1 :

Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x+3y+2z = -13 \\ 2x-6y+3z = 32 \\ 3x-4y-z = 12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-3y+2z = 6 \\ x+8y+3z = -31 \\ 3x-2y+z = -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x+y = 2 \\ -4y+z = 0 \\ 4x+z = 6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y-z = 1 \\ x-y-z = -1 \\ x+y-z = 1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x+y+z = 14 \\ x-y+z = 6 \\ x-y-z = 4 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x+y-6z = 9 \\ x-y+4z = 5 \\ 2x-3y+z = -4 \end{cases}$

Exercice 2 :

Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x-y+11 = 0 \\ 2y+z+6 = -3x \\ -7+x = -y-z \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+3 = \frac{7}{2}+\frac{z}{2} \\ 7x-3z = 2-2y \\ 3x-5y+4z = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x+z = 0 \\ -5z+6y = 12 \\ -4+2x+3y = z \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x+y = 4 \\ 3x-y+2z = 7 \\ x+y = 3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} -y+z = -2 \\ x = 5-y \\ 3z = 2y \end{cases}$ f) $\begin{cases} -y+z = 6 \\ 2x+2z = 18 \\ 100x+100z = 400 \end{cases}$

Exercice 3 :

Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 3x+3z = 12 \\ \frac{1}{10}x-\frac{1}{10}z = \frac{4}{5} \\ \frac{1}{2}x+\frac{3}{5}y-\frac{3}{10}z = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -w+x-2 = 0 \\ w+7 = 0 \\ w+y-x = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{1}{4}x+\frac{1}{4}y = 4 \\ x-5 = -z \\ 2y+2z = 14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{1}{2}x-7 = -z-\frac{1}{2}y \\ 6x+3y+3z = 9 \\ x-7+2y = -2 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x-y+z = 16 \\ x+y-z = 6 \\ -x+y+z = -2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x+y = z-5 \\ z-5 = y \\ y = 2x+z+y-1 \end{cases}$

Plus d'exercices ? Voir Notions élémentaires p.131 ex 1 g) à v)

Exercice 4 :

1) Parmi les systèmes suivants, indiquer ceux qui sont linéaires

2) Parmi les systèmes linéaires, indiquer ceux qui sont homogènes.

a) $\begin{cases} 5x-3y+2z=4 \\ -2x \qquad +z=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x^2-2y+3=0 \\ 2x+5y^2+5=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+y=0 \\ 2x-y=0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \sin^2(x)+\cos^2(y)=1 \\ 5\sin(x)+6\cos(y)=1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x-2y+3z=7 \\ 2x+5y+5z=1 \\ 2x=-y-z+1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x+y+z=1 \\ \sqrt{x^2+y^2+z^2}=1 \\ \sqrt[3]{x^2+y^2+z^2}=1 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x+2y+2z=2 \\ 3x+3y+3z=3 \end{cases}$

Exercice 5 :

Résoudre les systèmes suivants par la méthode de Gauss-Jordan ou en utilisant la matrice augmentée.

a) $\begin{cases} 2x+y=-1 \\ 3x-2y=9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-4y=-11 \\ -7x+6y=19 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x-2y=-10 \\ -6x+3y=9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x-2y=-10 \\ -6x+3y=15 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 4x-2y=x \\ -6x+3y=y \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x-2y=x \\ 4x-3y=y \end{cases}$

Exercice 6 :

Résoudre les systèmes suivants par la méthode de Gauss-Jordan ou en utilisant la matrice augmentée.

a) $\begin{cases} 2x+y-z=1 \\ x+2y+z=8 \\ 3x-y+2z=7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y+z=9 \\ x+2y+3z=14 \\ 3x+2y+z=22 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x-y+3z=4 \\ 3x+4y-z=-5 \\ x+5y-4z=-9 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x-y+3z=4 \\ x+y+z=0 \\ -2x+2y-6z=1 \end{cases}$

Exercice 7 :

Résoudre les systèmes suivants par la méthode de Gauss-Jordan ou en utilisant la matrice augmentée.

a) $\begin{cases} x_1-3x_2+x_3-x_4=1 \\ 2x_1-6x_2+x_3+2x_4=7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x_1+5x_2+4x_3-13x_4=3 \\ 3x_1-x_2+2x_3+5x_4=2 \\ 2x_1+2x_2+3x_3-4x_4=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x_1+x_2=6 \\ 2x_2-x_3=5 \\ 3x_3+x_4=2 \\ 2x_2-x_4=-1 \end{cases}$

Solutions :

Exercice 1 :

a) $S = \{(-2; -5; 2)\}$ b) $S = \{(-5; -4; 2)\}$ c) $S = \left\{\left(\frac{1}{2}; 1; 4\right)\right\}$ d) $S = \{(\lambda; 1; \lambda)\ |\lambda \in \mathbb{R}\}$
e) $S = \{(9; 4; 1)\}$ f) $S = \{(8; 7; 1)\}$

Exercice 2 :

a) $S = \{(-8; 3; 12)\}$ b) $S = \{(1; 2; 3)\}$ c) $S = \left\{\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; -2\right)\right\}$ d) $S = \{(1; 2; 3)\}$
e) $S = \{(-1; 6; 4)\}$ f) $S = \emptyset$

Exercice 3 :

a) $S = \{(6; 4; -2)\}$ b) $S = \{(-7; -5; 2)\}$ c) $S = \{(7; 9; -2)\}$ d) $S = \{(-3; 1; 8)\}$

e) $S = \{(11; 2; 7)\}$ f) $S = \{(0; -4; 1)\}$

Exercice 4 :

1) a) c) e) f) et h) sont linéaires

2) c) est homogène

Exercice 5 :

a) $S = \{(1; -3)\}$ b) $S = \{(-1; 2)\}$ c) $S = \varnothing$ d) $S = \{(\lambda; 5 + 2\lambda)|\ \lambda \in \mathbb{R}\}$ e) $S = \{(0; 0)\}$

f) $S = \{(\lambda; \lambda)|\ \lambda \in \mathbb{R}\}$

Exercice 6 :

a) $S = \{(1; 2; 3)\}$ b) $S = \{(4 + \lambda; 5 - 2\lambda; \lambda)|\ \lambda \in \mathbb{R}\}$ c) $S = \{(1 - \lambda; \lambda - 2; \lambda)|\ \lambda \in \mathbb{R}\}$ d) $S = \varnothing$

Exercice 7 :

a) $S = \{(6 + 3\lambda - 3t; \lambda; -5 + 4t; t)|\ \lambda, t \in \mathbb{R}\}$ b) $S = \varnothing$ c) $S = \{(2; 2; -1; 5)\}$