Analyse : Série 2

Exercice 1 :

Représenter graphiquement les droites d'équation

a) $f(x) = -2x + 6$

b) $g(x) = \frac{1}{2}x - 3$

Exercice 2 :

Sans calculs : Dessiner la fonction affine ou linéaire f telle que :

a) $f(-1) = 2$ et la pente du graphe de f vaut -2

b) $f(0) = -1$ et la pente du graphe de f faut $\frac{3}{2}$

c) $f(2) = 0$ et la pente du graphe de f vaut $-\frac{3}{5}$

d) $f(3) = 1$ et la pente du graphe de f vaut 1

e) $f(4) = 5$ et la pente du graphe de f vaut 0

Exercice 3 :

a) Existe-t-il une fonction affine ou linéaire dont le graphe est une droite verticale ?

b) Représenter graphiquement une droite verticale. Peut-on décrire les points de coordonnées $(x; y)$ situés sur cette droite à l'aide d'une équation ?

Exercice 4 :

a) Déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(7; -2)$ et $B(-3; 1)$.
Représenter graphiquement.

b) Déterminer l'équation de la droite qui coupe l'axe Ox en $I(-5; 0)$ et dont la pente vaut $-\frac{5}{8}$.
Représenter graphiquement.

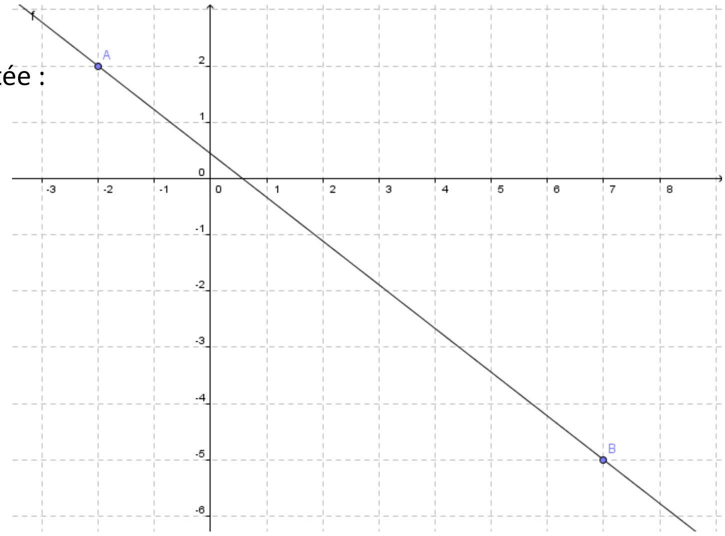
c) Déterminer la fonction affine ou linéaire f telle que $f(2) = 5$ et dont le graphe passe par $A(5; 5)$.
Représenter graphiquement.

d) Trouver l'abscisse du point $C(x; 10)$ sachant que les points $A(1; 1)$, $B(3; -2)$ et $C(x; 10)$ sont alignés.

Exercice 5 :

Déterminer l'équation de la droite d représentée :

$A(-2; 2) et\ B(7; -5)$



Exercice 6 :

On donne deux points par lesquels doit passer une droite. Donner le graphe et l'équation de chaque droite.

a) La droite d_1 passe par les points $(-2; 4)$ et $(1; -3)$
b) La droite d_2 passe par les points $(-3; -2)$ et $(5; -2)$
c) La droite d_3 passe par les points $\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$ et $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$
d) La droite d_4 passe par les points $(5; 4)$ et $(-4; 1)$

Exercice 7 :

Soit la droite d'équation $d: 3x + 4y = 5$

a) Quelle est la pente de d ?
b) Quelle est son ordonnée à l'origine ?
c) Est-ce que le point $(15; -10)$appartient à d ? Justifiez par calcul
d) Donner trois points qui appartiennent à d.
e) Donner trois points qui n'appartiennent pas à d
f) Quels sont les zéros de d ?

Exercice 8 :

Déterminer, si elle existe, l'intersection des droites suivantes. Représenter la situation graphiquement.

a) $d_1: y = \frac{1}{4}x + \frac{2}{5}$ et $d_2: y = \frac{1}{5}x - \frac{3}{4}$
b) $d_1: y = 2x + 5$ et $d_2: y = \frac{1}{2}(7 - 4x)$
c) $d_1: y = -\frac{1}{3}x - 1$ et $d_2: y = -\frac{1}{6}(2x + 1)$
d) $d_1: y = x$ et $y = 5$

Exercice 9 :

Peut-on interpréter graphiquement le système d'équations suivant comme l'intersection de deux droites ? Si oui lesquelles ? Sinon, pourquoi ?

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

Exercice 10 :

a) Déterminer le point I d'intersection entre les graphiques des fonctions :

$f(x) = -\frac{2}{3}x + 3$ et $g(x) = 3x - 5$

b) Représenter ci-dessous les fonctions f, g et le point I.

Exercice 11 :

A chaque fois, on donne l'équation d'une droite. Pour chaque droite, dites quelles est la pente, l'ordonnée à l'origine et les zéros de l'application affine correspondante, si possible.
Donnez le graphe de chaque droite sur le même repère :

l'axe des abscisses variant de -5 à 5 et celui des ordonnées de -5 à 7. (2 carrés = 1 unité)

a) $d_1 : y = -\frac{5}{6}x + 4$
b) $d_2(x) = 4x - 2$
c) $d_3 : y = -x + 1$
d) $d_4(x) = \frac{3}{4}x$
e) $d_5(x) = 6$
f) $d_6 : x = -3$
g) Que vaut $d_1 \cap d_2$?

Exercice 12 :

a) Soit d_1 d'équation $y = \frac{1}{3}x + 4$.
Déterminer l'équation de la droite d_2 qui est perpendiculaire à d_1 et passe par le point $A(-3; 3)$

b) Représenter graphiquement les deux droites et le point A.

Exercice 13 :

Considérons la fonction $f(x) = -\frac{5}{3}x - 2$

a) Quelle est la préimage de -4 ?

b) Quelle est l'image de 3 ?

c) Déterminer l'équation de la fonction $g(x)$ dont le graphique est parallèle au graphique de la fonction $f(x)$ et passant par le point $P(-1; -2)$

d) Déterminer l'équation de la fonction $h(x)$ dont le graphique est une droite perpendiculaire à celle du graphique de la fonction $f(x)$ et passant par le point $P(-1; 2)$

Exercice 14 :

a) Représenter la fonction d'équation $f(x) = x + 1$

b) Représenter la droite parallèle à f passant par le point $(0; -3)$

c) Déterminer l'équation de la fonction représentée au point b).

d) Représenter la droite perpendiculaire à f et passant par le point $(0; 1)$

e) Déterminer l'équation de la fonction représentée au point d).

Exercice 15 :

Soit les droites $d_1$de pente m_1, et d_2 de pente m_2. Que peut-on affirmer au sujet de m_1 et m_2 si les deux droites sont perpendiculaires ?

Exercice 16:

a) Déterminer l'équation de la droite g dont la représentation graphique est perpendiculaire à la celle de la fonction $f(x) = -3x + 4$ et qui passe par le point $(2; 5)$
Représenter les deux fonctions et déterminer leur point d'intersection (graphiquement et algébriquement)

b) Déterminer l'équation de la droite h dont la représentation graphique est parallèle à la celle de la fonction $f(x) = -3x + 4$ et qui passe par le point $(2; 5)$
Représenter les deux fonctions

c) Déterminer l'équation de la droite i dont la représentation graphique est perpendiculaire à la celle de la fonction $f(x) = -\frac{3}{5}x + 4$ et qui passe par le point $(1; 2)$
Représenter les deux fonctions et déterminer leur point d'intersection (graphiquement et algébriquement)

d) Déterminer l'équation de la droite g dont la représentation graphique est parallèle à la celle de la fonction $f(x) = \frac{5}{3}x + 1$ et qui passe par le point $(-1; -3)$
Représenter les deux fonctions

Exercice 17 :

On donne à chaque fois la pente de la droite, ainsi qu'un point par lequel elle devra passer. Construisez le graphe de chacune de ces droites, en donnant à chaque fois l'équation exacte.

a) Droite d_1 de pente -2 passant par $(-4; 1)$

b) Droite d_2 de pente $\frac{3}{4}$ passant par $(2; -1)$

c) Droite d_3 parallèle à d_2 passant par $(-3; 4)$

Exercice 18 :

a) Soit la droite $d: y = \frac{3}{2}x + 2$. Représenter graphiquement cette droite.

b) Représenter graphiquement la droite d' perpendiculaire à d qui passe par $(-2; -1)$

c) Donner l'équation de la droite d'.

Exercice 19 :

Représenter graphiquement la fonction définie par $f(x) = \frac{3}{4}x - 2$

a) Déterminer graphiquement les valeurs de x tels que $\frac{3}{4}x - 2 > 1$

b) Déterminer algébriquement les valeurs de x tels que $\frac{3}{4}x - 2 > 1$

Exercice 20:

Soit l'inéquation $4 - x < \frac{1}{3}x$.

a) Résoudre algébriquement

b) b) Peut-on donner une interprétation graphiquement ?

Problèmes à résoudre à l'aide d'un système d'équations :

Consigne pour la rédaction (ex 21 à 23) : Pour chaque problème :

- Choisir des inconnues et déterminer ce qu'elles représentent dans le problème
- Déterminer la réponse à l'aide d'un graphique.
  Votre graphique doit expliquer clairement la situation.
  Il vous faudra donc déterminer les équations des fonctions.
- Vérifier la précision de votre graphique en déterminant les deux équations puis en cherchant leur point d'intersection : par calcul.
- Conclure par une phrase de réponse.

Exercice 21 :

Jeanne décide d'aller à Lausanne à pied. Elle marche à une vitesse de 4km par heure. Cinq heures après son départ, son petit frère décide de la rejoindre. Il enfourche donc son vélo et roule à une vitesse de 14km par heure sur les traces de Jeanne.

a) Après combien de temps se rejoindront-ils ?

b) Combien de kilomètres auront-ils parcourus ?

Exercice 22 : Natalia et Rafaela se donnent rendez-vous pour un concours de rapidité : à qui mangera le plus rapidement 20 plaques de chocolat. Natalia est à l'heure au rendez-vous et commence à manger à raison de trois plaques entières en 7 minutes. Rafaela essaie de combler son retard de 4 minutes en mangeant à une vitesse de 5 plaques en 8 minutes.

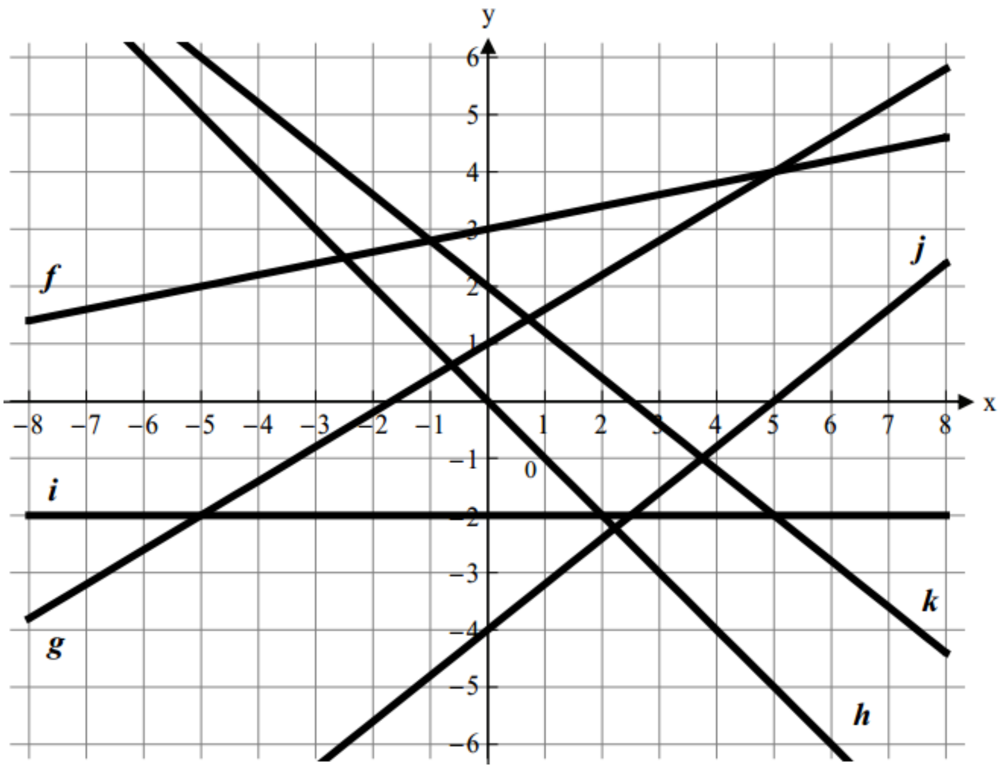
a) Arriveront-ils à atteindre leur but de 20 plaques chacune si elles n'ont que 30 minutes avant leur prochain cours ?
b) Sinon qui est gagnante à ce moment là ?
c) A mi-temps (15 minutes), combien de plaques ont-elles consommé chacune ?

Exercice 23 : Un père défie son fil au 100m et lui laisse 30m d'avance. Le père avance à un rythme de 70m par 17 secondes. Le fils avance à un rythme de50m par 7 secondes

Qui a gagné ? Avec combien de secondes d'avance ?
(Réponse déterminée par calculs mais un graphique peut aider le raisonnement)

Exercice 24:

a) Déterminer les équations des droites représentées ci-dessous :



b) Calculer :

$k(5) =$ $g(20) =$ $i(-5) =$ $f^{-1}(4) =$ $g^{-1}(16) =$ $j^{-1}(0) =$

Exercice 25 :

Dans un cinéma, la séance coute 19 CHF. Il est possible d'acheter une carte à 10 CHF qui donne droit à des séances à 15CHF.

a) Remplir le tableau suivant :

Nombre de séances x	0	1	5	10
CHF dépensés sans carte				
CHF dépensés avec la carte				

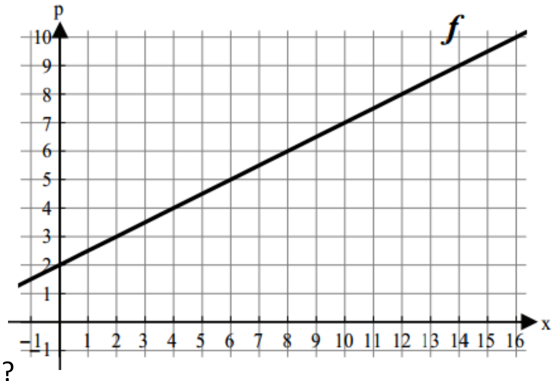
b) Etablir les équations des fonctions qui donnent à chaque x la somme d'argent dépensée

c) A partir de combien de séances vaut-il la peine d'acheter la carte ?

d) Combien de films peut-on voir avec 100 CHF avec chacune des deux méthodes ?

Exercice 26 :

Voici la représentation graphique de la fonction f : prix en francs d'une course de taxi en fonction du nombre de kilomètres x parcourus (taxi très bon marché !)



a) D'après le graphique, déterminer le prix d'une course de :
1km, 2km, 3 km, 5 km, 10 km

b) Déterminer $f(0)$. Que représente cette valeur ?

c) Quelle est la distance qui correspond à un prix de 6,50 francs ?

d) Quelle est la pente de la droite f ? Quelle est son équation ?

e) Combien coute 1 km de trajet supplémentaire ? Quel rapport y a-t-il avec la pente de f ?

f) Déterminer par calcul le prix d'une course de 60 km, puis d'une course de 95 km.

g) Compléter : pour x km, il faut payer p francs, avec $p = f(x) = \ldots$

Exercice 27 :

a) Représenter graphiquement ces 3 fonctions dans le même repère orthonormé.

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 4 \qquad g(x) = -x + 7 \qquad h(x) = 2x - 11$$

b) Déterminer graphiquement les coordonnées des sommets du triangle formé par ces trois droites

Exercice 28 :

Soient les 3 fonctions : $f(x) = 2x - 3$ $\quad g(x) = \frac{1}{3}x + 2$ $\quad h(x) = -3x + \frac{1}{2}$

a) Représenter graphiquement ces 3 fonctions dans le même repère orthonormé.

b) Trouver par calcul les points d'intersections A, B et C de ces trois droites.

c) Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier par un calcul votre réponse.

Exercice 29 :

a) Calculer l'aire du triangle délimité par :

- l'axe horizontal,
- l'axe vertical et
- la droite définie par $f(x) = -4x + 500$

b) Calculer l'aire du triangle délimitée par l'axe horizontal et les droites $f(x) = x + 1000$

Indication : faire un croquis pour chaque situation

Exercice 30 :

a) Représenter graphiquement les fonctions $f(x) = x - 3$ et $g(x) = 3 - x$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$

Exercice 31 :

a) Représenter graphiquement la fonction $f(x) = 3x - 1$

b) Déterminer par calculs la fonction g, perpendiculaire à f et passant par le point $A(3; 1)$

c) Représenter g sur le même graphique de f

d) Déterminer par calculs le point d'intersection I des fonctions f et g.

e) Déterminer l'équation d'une droite h qui passe par le point $B(-3; -1)$ et est parallèle à la fonction g.

f) Représenter la fonction h sur le même graphique que les droites précédentes.

g) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) > h(x)$

h) Résoudre graphiquement $f(x) < g(x)$

Exercice 32 :

Pour mesurer une température, nous utilisons le degré Celsius (°C), mais il est aussi possible d'utiliser le degré Fahrenheit (°F). La correspondance entre les deux se fait au moyen d'une fonction affine.

a) Sachant que l'eau gèle à 32°F (0°C) et bout à 212°F (100°C), déterminer la fonction affine permettant de donner la température en degrés Fahrenheit connaissant la température en degrés Celsius.

b) Déterminer la fonction affine permettant de donner la température en degrés Celsius connaissant la température en degrés Fahrenheit.

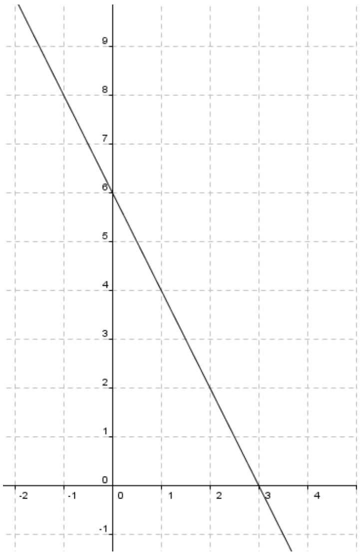
c) S'il fait $-20°C$, donner la température en degrés Fahrenheit.

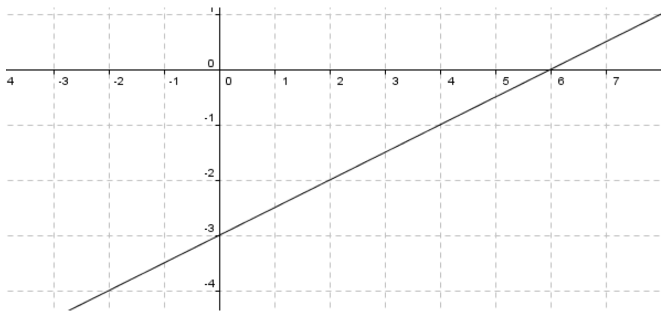
d) Un livre de Ray Bradbury s'intitule "Fahrenheit 451".
Quelle température en °C cela donne-t-il ?

e) Représenter la fonction déterminée en a), en plaçant les °C en abscisse et les °F en ordonnée.

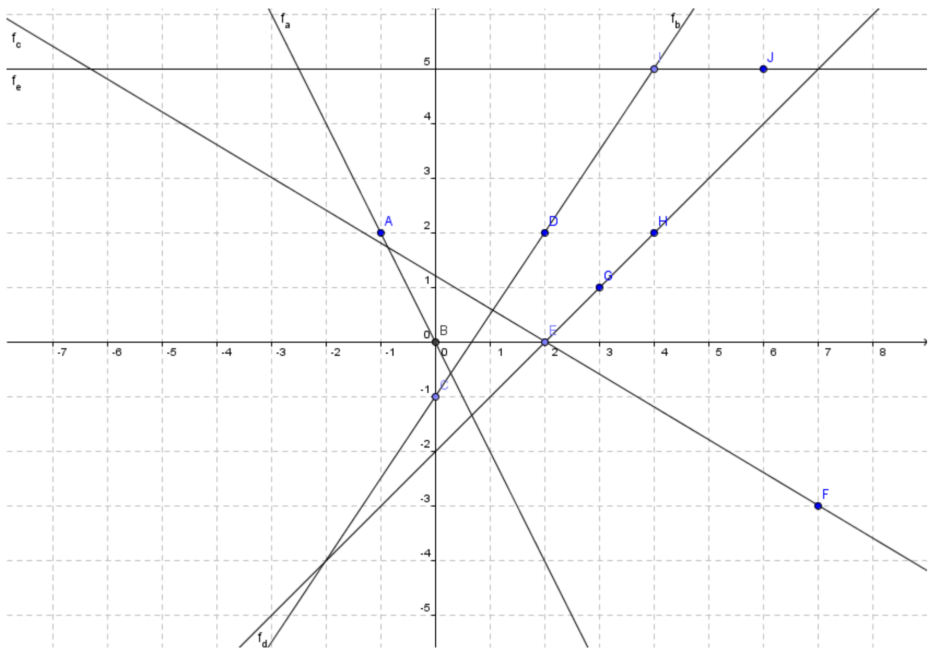
Corrigé Analyse Série 2

Exercice 1 :

a) 

b) 

Exercice 2:

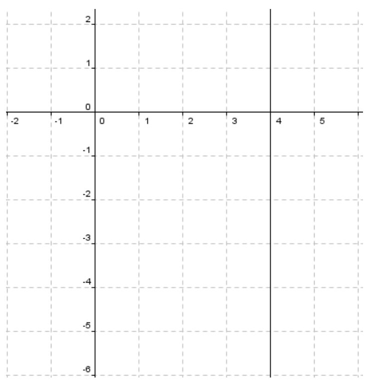


Exercice 3 :

a) Non, car la pente serait de $\frac{un\ nombre}{0}$ ce qui est impossible.

b) Oui, exemple : $x = 4$

y peut varier mais x est toujours égal à 4



Exercice 4 :

Une droite est de la forme: $f(x) = mx + h$ avec $m = pente = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ et $h = ordonnée\ à\ l'origine$

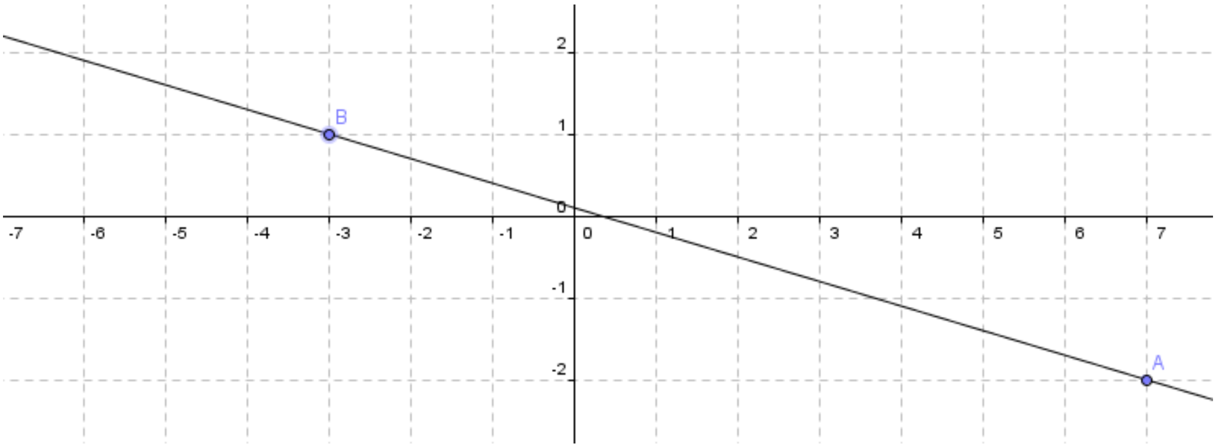
a) Déterminer la pente: $m = \frac{1-(-2)}{-3-7} = \frac{3}{-10}$

Injecter dans la forme : $f(x) = -\frac{3}{10}x + h$

Utiliser un point (A ou B, c'est égal): $f(7) = -\frac{3}{10} \cdot 7 + h = -2$

Résoudre d'équation pour trouver h: $h = -2 + \frac{3}{10} \cdot 7 = \frac{1}{10}$

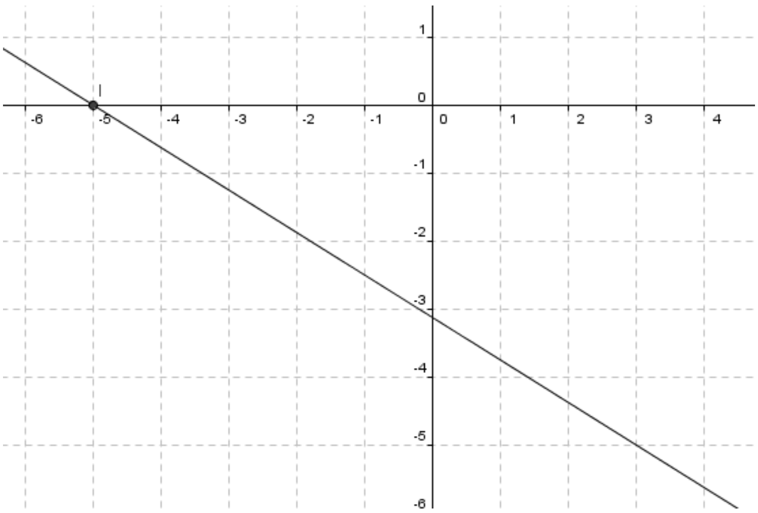
Donc l'équation cherchée est: $f(x) = -\frac{3}{10}x + \frac{1}{10}$



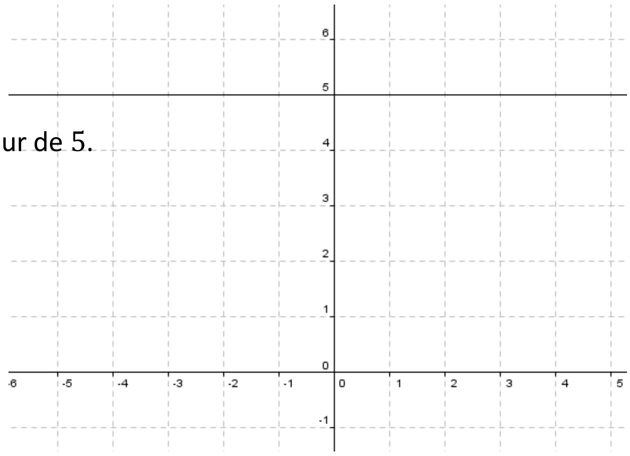
b) On peut déjà écrire: $f(x) = -\frac{5}{8}x + h$

Il faut encore trouver h à l'aide du point: $f(-5) = -\frac{5}{8} \cdot (-5) + h = 0$

Donc: $h = -\frac{25}{8}$. L'équation cherchée est donc: $f(x) = -\frac{5}{8}x - \frac{25}{8}$



c) On a les points $(2; 5)$ et $(5; 5)$.
Méthode 1: On remarque que la droite est toujours à une hauteur de 5.
Donc on peut donner l'équation: $y = 5$ ou $f(x) = 5$
Autre méthode: On peut utiliser la même méthode qu'en a):
calculer la pente: $\frac{5-5}{5-2} = \frac{0}{-3} = 0$
Donc on a: $f(x) = 0x + h$



Cherchons h avec un point: $f(2) = 0 \cdot 2 + h = 5$ donc $h = 5$
On trouve la même équation: $f(x) = 5$

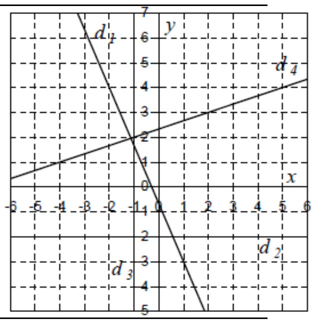
d) Cherchons l'équation de la droite avec les points A et B:
$m = \frac{-2-1}{3-1} = -\frac{3}{2}$
On peut déjà écrire: $f(x) = -\frac{3}{2}x + h$ $\qquad f(1) = -\frac{3}{2} \cdot 1 + h = 1$ donc $h = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$
Donc l'équation est: $f(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$
On peut ensuite chercher la préimage de 10: $-\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} = 10 \Leftrightarrow -3x + 5 = 20 \Leftrightarrow -3x = 15 \Leftrightarrow x = -5$
Donc le point C a les coordonnées: $C(-5; 10)$

Exercice 5 :

Comme il n'est pas possible de lire clairement les informations (pente et ordonnée à l'origine), il nous faut déterminer l'équation à l'aide des points donnés et par calcul :

$m = \frac{-5-2}{7-(-2)} = -\frac{7}{9}$ Donc : $d(x) = -\frac{7}{9}x + h$
$d(-2) = -\frac{7}{9} \cdot (-2) + h = 2$ donc $h = 2 - \frac{7}{9} \cdot 2 = \frac{4}{9}$
Donc: $d(x) = -\frac{7}{9}x + \frac{4}{9}$

Exercice 6 :



a) $d_1(x) = -\frac{7}{3}x - \frac{2}{3}$ b) $d_2(x) = -2$ (c'est une application constante)

c) $x = -1$ $\qquad$ d) $d_4(x) = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

Exercice 7:

L'équation de la droite d peut s'écrire sous la forme: $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$

1) La pente égale $-\frac{3}{4}$ $\qquad$ 2) L'ordonnée à l'origine est égale à $\frac{5}{4}$

3) En remplaçant x par 15, on trouve: $-\frac{3}{4} \cdot 15 + \frac{5}{4} = -\frac{40}{4} = -10$ donc $(15; -10) \in d$

4) Pour obtenir un un point de la droite d, il suffit de choisir une valeur arbitraire de x. et de calculer le y correspondant par la relation ci-dessus. Voici quelques points de d:

$$\left(1; \frac{5}{4}\right), \left(1; \frac{1}{2}\right), \left(2; -\frac{1}{4}\right), (3; -1), \left(4; -\frac{7}{4}\right), \left(5; -\frac{5}{2}\right), \left(6; -\frac{13}{4}\right), (7; -4)$$

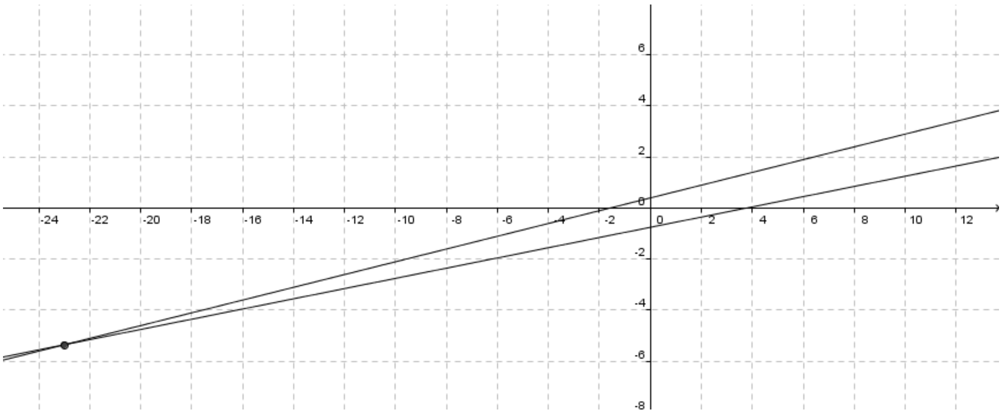
5) Pour une valeur de x, toutes les valeurs de y sont acceptables, sauf celle qui satisfait la relation. Voici des points qui n'appartiennent pas à d:$(0; 0), (0; 1), (0; 2), (1; 125), \left(\sqrt{2}; 17\right); \left(\pi; \sqrt{2}\right)$

6) Pour trouver les zérs de d, il faut résoudre $0 = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$. On trouve: $x = \frac{5}{3}$

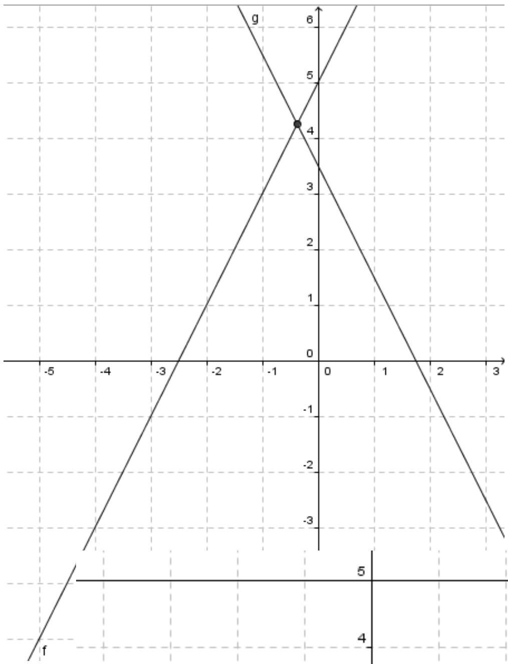
Donc: $Z_d = \left\{\frac{5}{3}\right\}$

Exercice 8 :

a) $d_1 \cap d_2 = \left\{\left(-23; -\frac{107}{20}\right)\right\}$

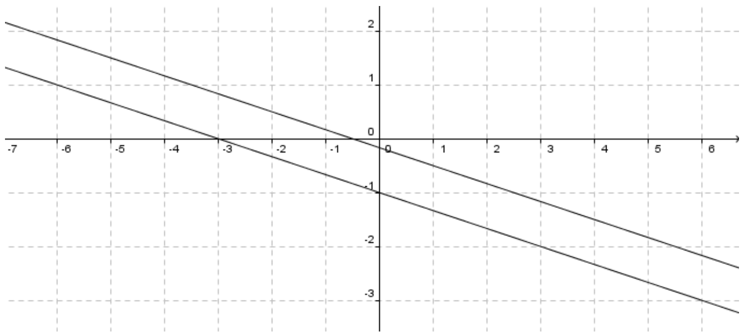


b) $d_1 \cap d_2 = \left\{\left(-\frac{3}{8}; \frac{17}{4}\right)\right\}$

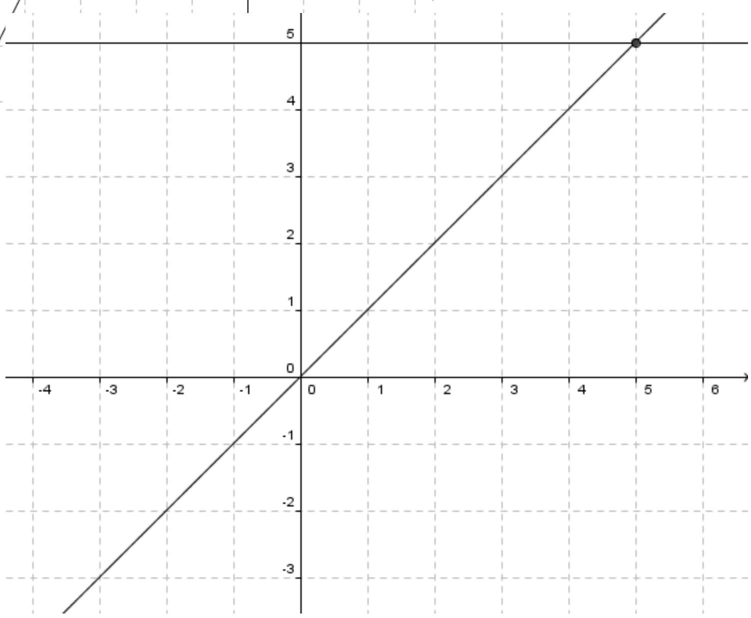


c) $d_1 \cap d_2 = \emptyset$

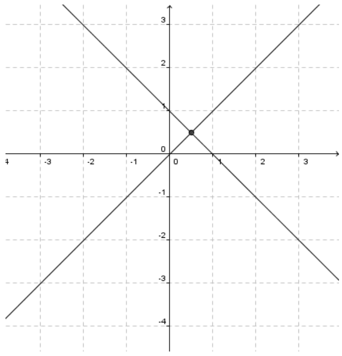
les droites ont la même pente, elles sont parallèlles.



d) $d_1 \cap d_2 = \{(5; 5)\}$



Exercice 9 :

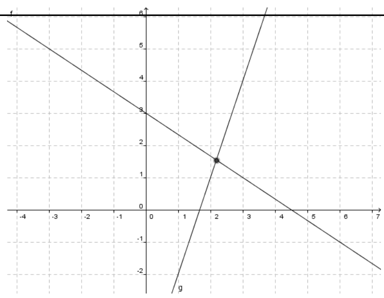


Oui, il faut juste réécrire les équations des droites comme on a l'habitude de es étudier : $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+1 \\ x=y \end{cases}$

On a $f(x)=-x+1$ et $g(x)=x$
On peut les représenter et déterminer leur point d'intersection :
$f(x)=g(x) = \Leftrightarrow -x+1=x \Leftrightarrow 1=2x \Leftrightarrow \frac{1}{2}=x$

On cherche ensuite la deuxième coordonnée du point: $g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ donc $f \cap g = \left\{\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)\right\}$

Exercice 10 :



a) $-\frac{2}{3}x+3=3x-5 \Leftrightarrow \cdots \Leftrightarrow x=\frac{24}{11}$

$f\left(\frac{24}{11}\right)=g\left(\frac{24}{11}\right)=\frac{17}{11}$ donc $f \cap g = \left\{\left(\frac{24}{11};\frac{17}{11}\right)\right\}$

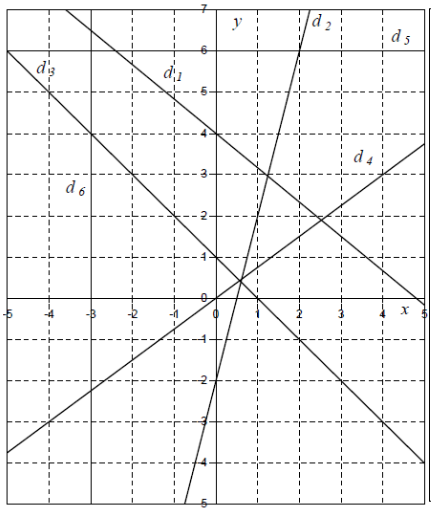
Exercice 11 :

	pente	Ordonnée à l'origine	Zéros: Z_f
a)	-5/6	4	$\left\{\frac{24}{5}\right\}$
b)	4	-2	$\left\{\frac{1}{2}\right\}$
c)	-1	1	$\{1\}$
d)	3/4	0	$\{0\}$
e)	0	6	$\emptyset$

f) pas une application affine. Le graphique est représenté par une droite verticale d'abscisse $x=-3$

g)Il faut résoudre $-\frac{5}{6}x+4=4x-2 \Leftrightarrow -5x+24=24x-12 \Leftrightarrow 36=29x \Leftrightarrow x=\frac{36}{29}$

$y=4\cdot\frac{36}{29}-2=\frac{86}{29}$ donc: $d_1 \cap d_2 = \left\{\left(\frac{36}{29};\frac{86}{29}\right)\right\}$



Question supplémentaire :
Les droites d_2 ; d_3 et d_4 se croisent-elles en un même point ?

$d_2 \cap d_3$: $4x-2=-x+1 \Leftrightarrow 5x=3$

d_2 croise d_3 en $x=\frac{3}{5}=0,6$

$d_4 \cap d_3$: $\frac{3}{4}x=-x+1 \Leftrightarrow 7x=4$

d_4 croise d_3 en $x=\frac{4}{7}\approx 0,571$

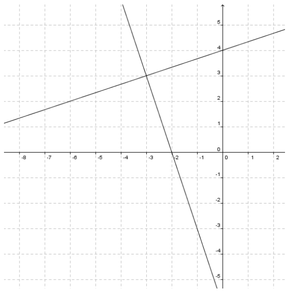
Donc ces trois droites ne se croisent pas en un même point.

Calculons encore l'abscisse du point de croisement de d_2 avec d_4.

$d_2 \cap d_4$: $4x-2=\frac{3}{4}x \Leftrightarrow 13x=8$

d_4 croise d_3 en $x=\frac{8}{13}\approx 0,615$

Exercice 12 :



a) Pour être perpendiculaire, la pente doit être inverse et opposée : -3

Donc $d_2(x) = -3x + h$

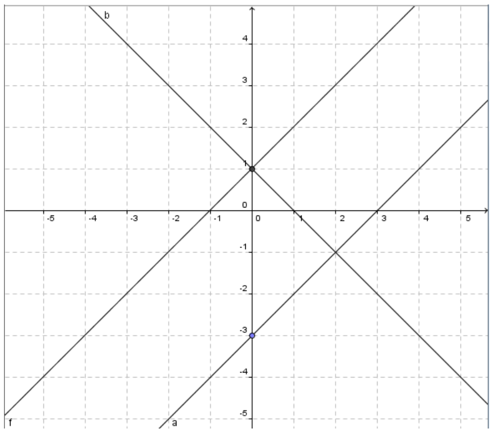
On cherche h: $d_2(-3) = -3(-3) + h = 3$ donc $h = 3 - 9 = -6$

L'équation cherchée est: $d_2(x) = -3x - 6$

Exercice 13:

a) $f(x) = -4 \Leftrightarrow \cdots \Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$ b) $f(3) = -7$

c) $g(x) = -\frac{5}{3}x - \frac{11}{3}$ d) $h(x) = \frac{3}{5}x + \frac{13}{5}$



Exercice 14 :

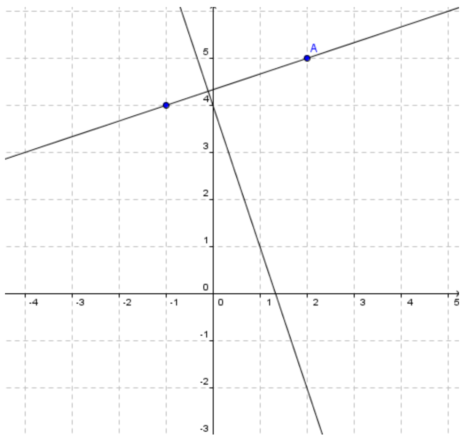
c) $a(x) = x - 3$ même pente que f: 1

e) $b(x) = -x + 1$ pente inverse et opposée par rapport à f: -1

Exercice 15 :

$m_1 \cdot m_2 = -1$

Exercice 16 :

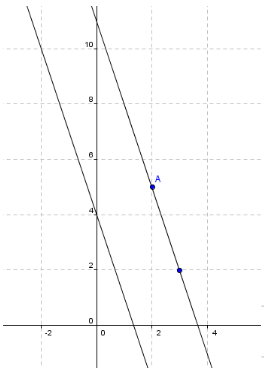


a) $g(x) = \frac{1}{3}x + h$

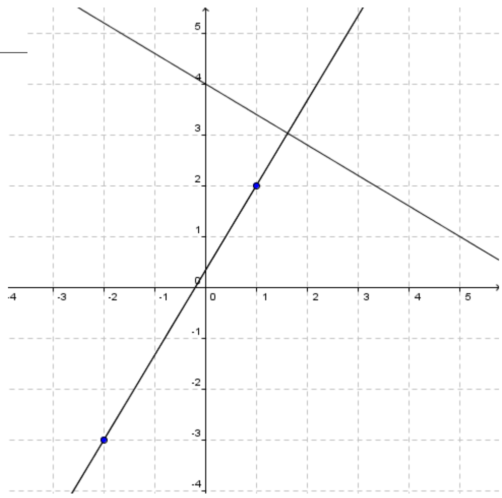
$g(2) = \frac{1}{3} \cdot 2 + h = 5 \Leftrightarrow h = 5 - \frac{2}{3} = \frac{13}{3}$ donc $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$

$f \cap g = \left\{\left(-\frac{1}{10}; \frac{43}{10}\right)\right\}$

b) $h(x) = -3x + 11$



c) $i(x) = \frac{5}{3}x + h$



$i(1) = \frac{5}{3} \cdot 1 + h = 2 \Leftrightarrow h = 2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$

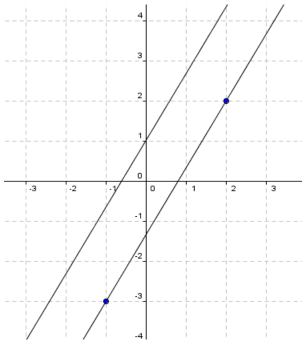
donc $i(x) = \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$

$f \cap i = \left\{\left(\frac{55}{34}; \frac{103}{34}\right)\right\}$

d) $g(x) = \frac{5}{3}x + h$

$g(-1) = \frac{5}{3} \cdot (-1) + h = -3$

donc $h = -3 + \frac{5}{3} = -\frac{4}{3}$ et on a: $g(x) = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$



Exercice 17 :

a) $d_1(x) = -2x - 7$ b) $d_2(x) = \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}$

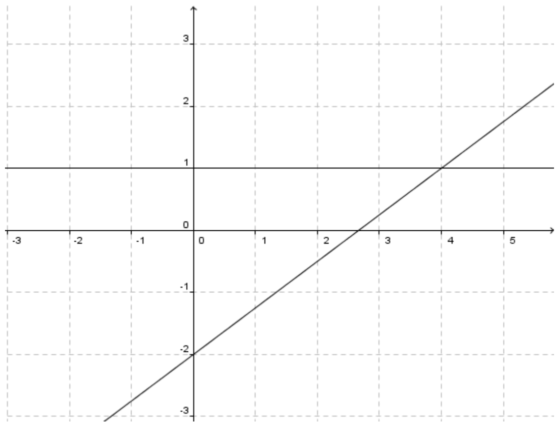
c) Parallèle signifie avoir la même pente, donc: $d_3(x) = \frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$

Exercice 18:

La droite d est croissante (pente positive) donc d' doit être décroissante (pente négative). Mais cela ne suffit pas de prendre l'opposé de la pente, il faut aussi qu'elle soit l'inverse: $d'(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$

Exercice 19:

a)Il faut regarder quand est-ce que la droite $f(x) = \frac{3}{4}x - 2$ est au dessus de la droite constante $g(x) = 1$ donc $x \in]4; +\infty[$

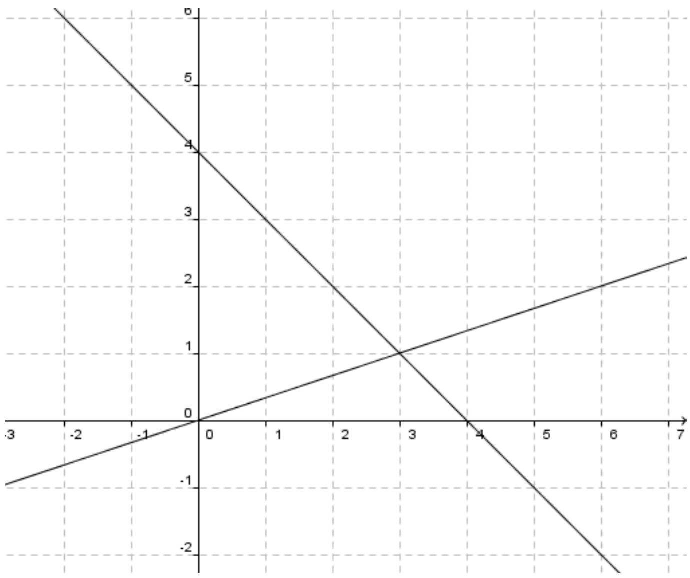


b) $\frac{3}{4}x - 2 > 1 \Leftrightarrow \frac{3x}{4} > 3 \Leftrightarrow 3x > 12 \Leftrightarrow x > 4$
donc $x \in]4; +\infty[$

Exercice 20:

a) $4 - x < \frac{1}{3}x \Leftrightarrow 4 < \frac{1}{3}x + x \Leftrightarrow 4 < \frac{4}{3}x \Leftrightarrow 3 < x$ donc $x \in]3; +\infty[$

b) Il faut regarder quand la droite $f(x) = 4 - x$ est en dessous de la droite $g(x) = \frac{1}{3}x$
on trouve évidement aussi que $x \in]3; +\infty[$



Exercice 21 :

Informations du problème :

Jeanne : $\frac{4km}{h}$ Frère : $5h$ après Jeanne, $14\ km/h$

Notons : $\boldsymbol{x} =$ temps en heures depuis le départ de Jeanne

On obtient alors les équations :
$\boldsymbol{J(x) = 4x}$ pour la distance parcourue par Jeanne après x heures.

Pour son frère, l'équation est plus longue à obtenir :

$f(x) = 14x + h$

Pour déterminer le h, on utilise : $f(5) = 0$ (il démarre à la 5ème heure).

On obtient alors : $f(5) = 14 \cdot 5 + h = 0$ et l'on trouve : $h = -70$

L'équation pour le frère devient alors : $\boldsymbol{f(x) = 14x - 70}$

On vérifie ensuite qu'il a fait 14 km au bout d'une heure : $f(6) = 14 \cdot 6 - 70 = 14$ ok

Recherche de l'intersection des deux droites :
$J(x) = f(x) \Leftrightarrow 4x = 14x - 70 \Leftrightarrow 70 = 10x \Leftrightarrow x = 7$

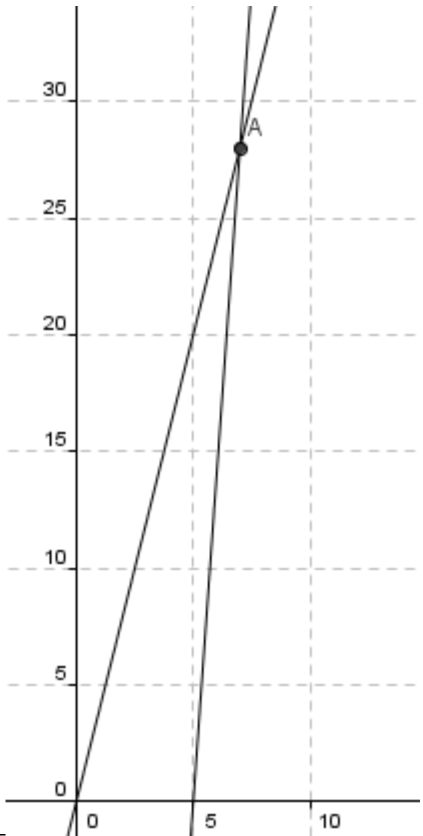
Jeanne et son frère se retrouveront donc 7h après le départ de Jeanne.

$f(7) = J(7) = 28\ km$

Ils auront tous les deux parcouru 28km.

Pour la représentation graphique, nous prenons le temps qui passe comme unité de l'axe Ox et les km parcourus pour l'axe Oy.

On peut s'aider de quelques valeurs pour trouver les équations :



heures	0	1	5	6	7
Jeanne $J(x)$	0	4	20	24	28
Frère $f(x)$	0	0	0	14	28

Exercice 22 :

Informations du problème :

Natalia : 3 plaques/7 minutes

Rafaela : retard de 4 minutes, 5 plaques/minutes

Notons : $\boldsymbol{x}$ le temps en minutes depuis le début du concours

Recherche des équations :

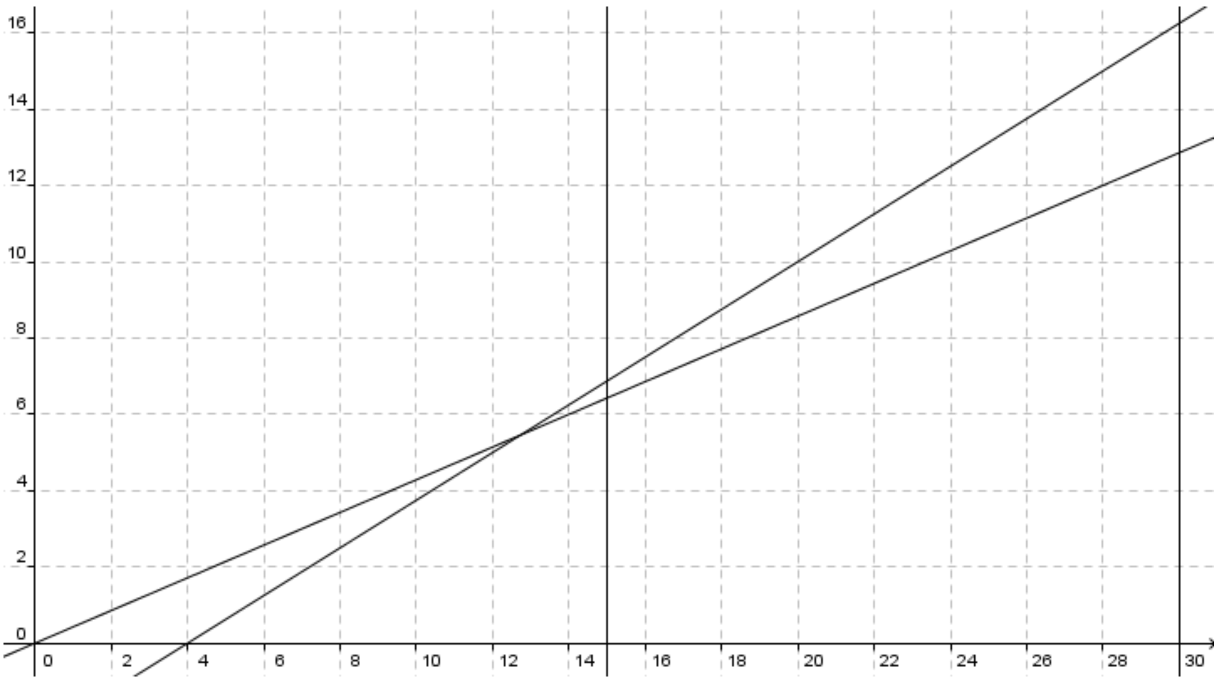
Le nombre de plaques mangées par Natalia au temps x : $\boldsymbol{N(x) = \frac{3}{7}x}$

Pour Rafaela, on sait que $R(x) = \frac{5}{8}x + h$ mais il faut encore trouver le h :

On sait qu'à 4 + 8 = 12 minutes, elle aura mangé 5 plaques : $R(12) = \frac{5}{8} \cdot 12 + h = 5$ donc $h = -\frac{5}{2}$

On a alors l'équation : $\boldsymbol{R(x) = \frac{5}{8}x - \frac{5}{2}}$

La situation graphique : Ox représente le temps en minutes depuis le début du concours et Oy représente le nombre de plaques mangées par Natalia et Rafaela

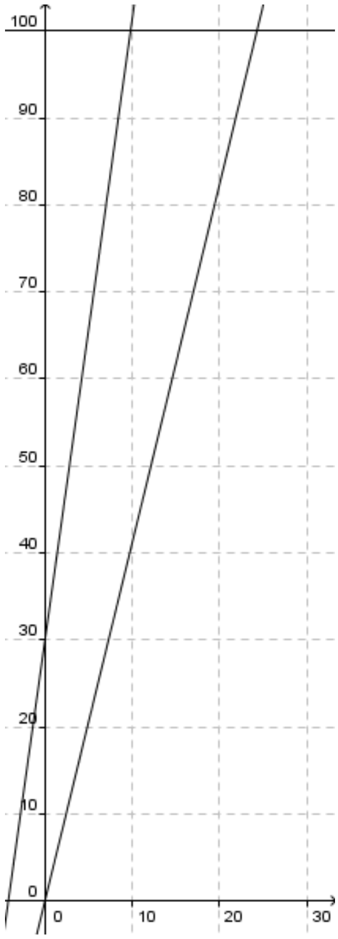


a) Elles n'arriveront pas à manger 20 plaques en 30 minutes car :
$N(30) \cong 12{,}86$ et $R(30) \cong 16{,}25$

b) A 30 minutes, c'est Rafaela qui a mangé le plus de plaques : 16 plaques et un quart de la 17e.
Natalia n'a mangé « que » 12 (presque 13) plaques.

c) A 15 minutes, elles ont toutes les deux mangé 6 plaques :
$N(15) \cong 6{,}4$ et $R(15) \cong 6{,}88$.

Exercice 23



Notons $x =$ temps en secondes après le départ du père

L'équation du père qui donne la distance parcourue après x secondes :

$$p(x) = \frac{70}{17}x$$

L'équation du fils : $f(x) = \frac{50}{7}x + h$

Pour déterminer le h, on utilise l'information : $f(0) = 30$

On trouve alors $f(0) = \frac{50}{7} \cdot 0 + h = 30$

On obtient alors l'équation : $f(x) = \frac{50}{7}x + 30$

Nous cherchons ensuite le temps nécessaire au père et au fils pour atteindre les 100 m :

$$p(x) = 100 \Leftrightarrow \frac{70}{17}x = 100 \Leftrightarrow x = \frac{170}{7} \cong 24{,}29\ secondes$$

$$f(x) = 100 \ \Leftrightarrow \frac{50}{7}x + 30 = 100 \Leftrightarrow x = 70 \cdot \frac{7}{50} \cong 9{,}8\ secondes$$

Le fils a donc gagné la course avec $24{,}29 - 9{,}8 = 14{,}49\ secondes$ d'avance

---

Exercice 24:

a) $f(x) = \frac{1}{5}x + 3$; $g(x) = \frac{3}{5}x + 1$; $h(x) = -x$; $i(x) = -2$; $j(x) = \frac{4}{5}x - 4$ $k(x) = -\frac{4}{5x} + 2$

b) $k(5) = -2; g(20) = 13; i(-5) = -2; f^{-1}(4) = \{5\}; g^{-1}(16) = \{25\}; j^{-1}(0) = \{5\}$

Exercice 25:

a)

Nombre de séances x	0	1	5	10
CHF dépensés sans carte $s(x)$	0	19	95	190
CHF dépensés avec la carte $c(x)$	10	25	85	160

b) $c(x) = 10 + 15x$ et $s(x) = 19x$ c) $c(x) = s(x) \Leftrightarrow x = 2{,}5$ donc à partir de 3 séances

d) $c(x) = 100 \Leftrightarrow x = 6$ et $s(x) = 100 \Leftrightarrow x = 5{,}26$ donc 6 films avec carte et 5 films sans carte.

Exercice 26:

a) $f(1) = 2{,}5\,f \quad f(2) = 3f \quad f(3) = 3{,}5\,f \quad f(5) = 4{,}5\,f \quad f(10) = 7f$

Remarque : Le prix n'est pas proportionnel à la distance car: si je fais un trajet deux fois plus long, par exemple si je passe de 4 km à 8km, le prix lui, ne double pas puisqu'il passe de 4f à 6 f.

b) $f(0) = 2\,f$ représente les frais de prise en charge du taxi !

c) $f^{-1}(6{,}50) = 9\ km$ d) $pente\ de\ la\ droite = \frac{1}{2} \quad f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

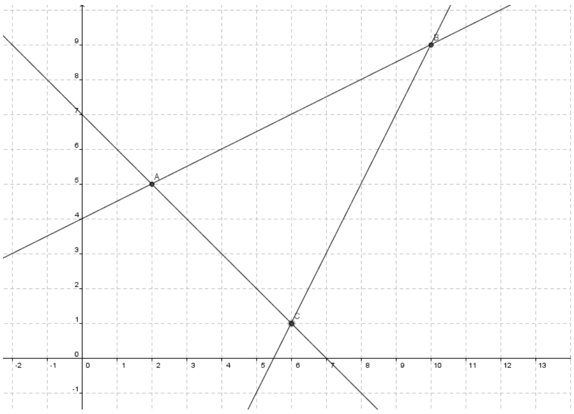
e) Un km de trajet supplémentaire coute 0,5 f. On a le même rapport (valeur): $\frac{1}{2} = 0{,}5$

f) Le prix d'une course de 60 km est de 32 f. Le prix d'une course de 95 km est de 49,5 f.

g) Pour x km, il faut payer $p = f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

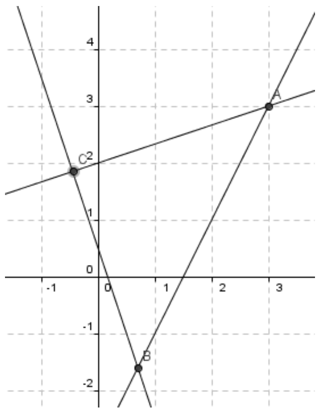
Exercice 27 :

b) $A(2; 5), B(10; 9), C(6; 1)$



Exercice 28:

a)

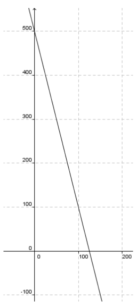


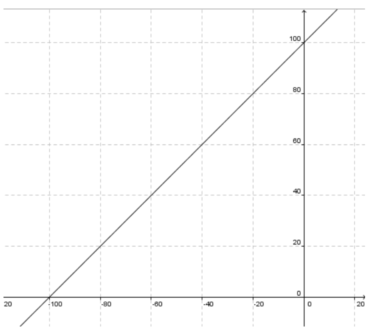
b) Points d'intersections: $A(3; 3); B(0{,}7; -1{,}6), C(-0{,}45; 1{,}85)$

c) Le triangle ABC est rectangle en C

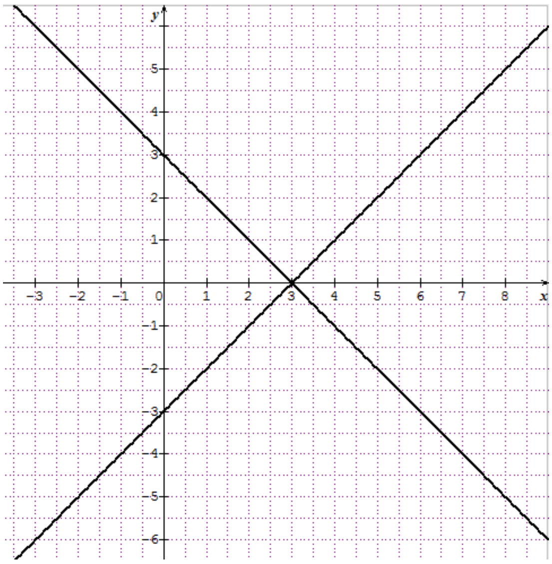
Exercice 29:

a) $Aire\ ombrée = 31'250u^2$ b) $Aire\ ombrée = 506'250u^2$



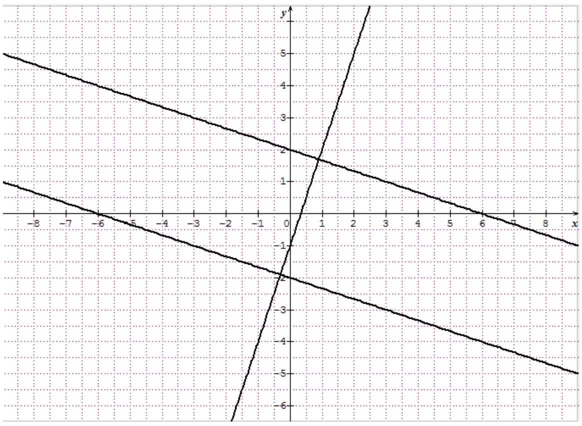


Exercice 30 :

a) 

b) $S =]-\infty; 3]$

Exercice 31 :



a) c) f)

b) $g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ d) $I\left(\frac{9}{10}; \frac{17}{10}\right)$; e) $h(x) = -\frac{1}{3}x - 2$ f) $S =]-\frac{3}{10}; \infty[$ g) $S =]-\infty; \frac{9}{10}[$

Exercice 32:

a)La fonction cherchée est de la forme: $f(x) = mx + h$.

On sait que $f(0) = 32$ et $f(100) = 212$

On obtient donc $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$

b) $\frac{9}{5}x + 32 = y \Leftrightarrow x = \frac{5}{9}y - \frac{160}{9}$.

Notons $g(y) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$

donc $g(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$

c) $f(-20) = -4$ d) $g(451) = \frac{2095}{9} \cong 232{,}8$

e)