

## Algèbre Série 6

---

### Exercice 1 :

1) Résoudre les systèmes d'équations suivants en indiquant la méthode utilisée.

**(3 systèmes à résoudre par addition, 3 systèmes par comparaison et 3 systèmes par substitution)**

$$(a) \begin{cases} 4x - y = -6 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{2y}{15} = 4 \\ \frac{x}{12} - \frac{y}{19} = 1 \end{cases}$$

$$(h) \begin{cases} 9x - 5y = 38 \\ 24x - 25y = 148 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x - 6y + 6 = 0 \\ 3x - 4y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 14 \\ -\frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 16 \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 8 \\ \frac{x}{12} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{6} = 18 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 21 \end{cases}$$

2) Reprendre tous les systèmes de l'exercice pour les résoudre graphiquement.

---

### Exercice 2 : Résoudre à l'aide d'un système d'équations

Pierre et Paul vont voyager au Royaume-Uni et aux USA.

Pierre achète 500 dollars et 300 livres et paie 850 euros.

Paul achète 300 dollars et 500 livres et paie 990 euros.

Retrouver le cours (c'est-à-dire la valeur en euros) du dollar et de la livre ce jour-là.

---

### Exercice 3: Résoudre à l'aide d'un système d'équations

Dans un concours hippique, un cavalier est pénalisé :

- quand le cheval refuse de sauter un obstacle ;
- quand le cheval fait tomber une barre.

Le cheval de Pierre a fait deux refus et fait tomber trois barres pour un total de 18 points de pénalité.

Le cheval de Jean a fait un refus et fait tomber quatre barres pour un total de 19 points de pénalité.

Combien de points coûte un refus ? Combien de points coûte la chute d'une barre ?

---

### Exercice 4 :

Nadine, qui a du temps à perdre, observe la promenade de deux escargots qui se déplacent avec une vitesse constante. Après une heure, le second a parcouru 92 cm de plus que le premier et la somme des distances parcourues par ces deux escargots est de 950 cm.

Calculer la distance parcourue par chacun d'eux.

**Exercice 5 :**

Le périmètre d'un rectangle vaut 110 mètres. Trouver ses dimensions sachant que sa longueur vaut 5 mètres de moins que le double de sa largeur. (*faire un croquis*)

**Exercice 6 :**

Dans un discount, Jonathan paie un stylo 70 centimes moins cher que le prix suggéré. Dans une épicerie, Clara achète le même stylo, vendu avec un rabais de 55% sur le prix suggéré, et elle paie 55 centimes de moins que Jonathan.

Quel est le prix suggéré du stylo ?

**Exercice 7 :**

La somme de deux nombres est 34 et le double du premier nombre vaut les 5/6 du second.

Quels sont ces deux nombres ?

**Exercice 8 :**

La différence de deux nombres vaut 71 et le tiers de leur somme vaut 5 de plus que le double du deuxième nombre.

Quels sont ces nombres ?

**Exercice 9 :**

On veut partager équitablement une somme d'argent entre plusieurs personnes. Si chaque personne reçoit 14 francs, il reste encore 7 francs. Si chaque personne reçoit 15 francs, il manque alors 26 francs pour que chacun reçoive sa part.

Quelle est la somme à partager et quel est le nombre de personnes qui la partagent. Un partage équitable est-il possible ?

**Exercice 10:** Dire en quoi les systèmes d'équations suivant diffèrent des précédents et les résoudre si possible.

$$\begin{cases} 2x + y = -3 \\ x - y = 7 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ 5x + 2y = 1 \\ 7y - 4y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 7y = -1 \\ -4x + 14y = 2 \\ 6x - 21y = -3 \end{cases}$$

**Exercice 11 :**

Etudier l'existence de solutions  $(x; y)$  du système d'équations suivant, en fonction de la valeur que prend le nombre  $m$ . (Le nombre ne joue pas ici le rôle d'une variable, on l'appelle un paramètre réel.)

$$\begin{cases} 2x + my = 7 \\ -x + 5y = 13 \end{cases}$$

**Solutions : ex 1** a)  $S = \left\{ \left( -\frac{1}{2}; 4 \right) \right\}$  b)  $S = \left\{ \left( 3; \frac{3}{2} \right) \right\}$  c)  $S = \emptyset$  d)  $S = \{(60; 36)\}$  e)  $S = \{(12; 0)\}$   
 f)  $S = \left\{ \left( \frac{72}{5}; \frac{184}{5} \right) \right\}$  g)  $S = \{(2 - 3y; y) | y \in \mathbb{R}\}$  h)  $S = \{(2; -4)\}$  i)  $S = \{(24; 0)\}$

**Exercice 2 :**  $x =$  cours du dollar en euros et  $y =$  cours de la livre en euros

Résoudre le système: 
$$\begin{cases} 500x + 300y = 850 \\ 300x + 500y = 990 \end{cases}$$

Ce jour-là. les cours étaient: 1\$=0,8€, 1£=1,5€

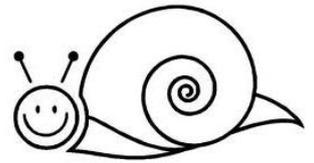
**Exercice 3 :**  $x =$  coût d'un refus en points et  $y =$  coût d'une barre en points

Résoudre le système: 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ x + 4y = 19 \end{cases}$$

Un refus coûte 3 pts et la chute d'une barre coûte 4 points

**Exercice 4 :** Nadine, qui a du temps à perdre, observe la promenade de deux escargots qui se déplacent avec une vitesse constante. Après une heure, le second a parcouru 92 cm de plus que le premier et la somme des distances parcourues par ces deux escargots est de 950 cm.

Calculer la distance parcourue par chacun d'eux.



Résolution :

Notons :  $x =$  distance parcourue par le 1<sup>er</sup> escargot et  $y =$  distance parcourue par le 2<sup>e</sup> escargot

On obtient le système suivant : 
$$\begin{cases} y = 92 + x \\ x + y = 950 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 92 + x \\ x + 92 + x = 950 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 92 + x \\ 2x = 858 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 92 + x \\ x = 429 \end{cases}$$

Le premier escargot parcourt 429 cm et le deuxième 521 cm.

**Exercice 5 :**  $x =$  largeur et  $y =$  longueur

Résoudre le système: 
$$\begin{cases} 2x + 2y = 110 \\ 2x - 5 = y \end{cases}$$

La largeur est de 20m et la longueur est de 35m.

**Exercice 6 :** Notons  $x =$  prix suggéré du stylo en francs

J. paye  $x - 0,7$  C. paye  $x - \frac{55}{100}x = \frac{45}{100}x$

donc il faut résoudre:  $x - \frac{45}{100}x = 0,7 + 0,55$  il s'agit d'une équation à une inconnue.

Le prix du stylo est de 2,27 frs

**Ex 7 :** Le système: 
$$\begin{cases} x + y = 34 \\ 2x = \frac{5}{6}y \end{cases} \text{ R:10 et 24} \quad \text{Ex 8 : Le système: } \begin{cases} x - y = 71 \\ x - 5y = 15 \end{cases} \text{ R:14 et 85}$$

**Ex 9 :** Le système:  $\begin{cases} 14y = x - 7 \\ 15y = x + 26 \end{cases}$  R: 469 frs. 33 personnes

**ex 10 :** a)  $S = \emptyset$  b)  $S = \left\{ \left( \frac{3}{17}; \frac{1}{17} \right) \right\}$  c)  $S = \left\{ \left( \frac{-1+7y}{2}; y \right) \mid y \in \mathbb{R} \right\}$

**ex 11 :**  $S = \left\{ \left( \frac{35-13m}{m+10}; \frac{33}{m+10} \right) \mid m \in \mathbb{R} \setminus \{-10\} \right\}$   $S = \emptyset$  si  $m = -10$

**Exercices supplémentaires :** Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x+2y=0 \\ 2x+y=1 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x-y=1 \\ 3x+4y=3 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ -2x+3y=0 \end{cases}$	d) $\begin{cases} x+3y=5 \\ -2x+y=-3 \end{cases}$
e) $\begin{cases} 5x-y=10 \\ -4x+y=-6 \end{cases}$	f) $\begin{cases} y=2x-5 \\ y=x+4 \end{cases}$	g) $\begin{cases} y=-x+12 \\ y=3x-2 \end{cases}$	h) $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ 4x+5y=5 \end{cases}$
i) $\begin{cases} -2x+y=-5 \\ -5x-4y=3 \end{cases}$	j) $\begin{cases} 6x-3y=4 \\ 2x+5y=-1 \end{cases}$	k) $\begin{cases} 3x+y=3 \\ -2x+5y=-2 \end{cases}$	l) $\begin{cases} 6x+3y=1 \\ 2x+y=2 \end{cases}$
m) $\begin{cases} 2x-3y=8 \\ 3x-5y=11 \end{cases}$	n) $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ -5x+8y=12 \end{cases}$	o) $\begin{cases} \sqrt{2}x+y=\sqrt{2} \\ x+\sqrt{2}y=-1 \end{cases}$	p) $\begin{cases} x-\sqrt{3}y=-2 \\ 2x+\sqrt{3}y=4 \end{cases}$
q) $\begin{cases} \sqrt{2}x-y=\sqrt{3} \\ \sqrt{3}x+5y=2\sqrt{2} \end{cases}$	r) $\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y=1 \\ x+\frac{3}{2}y=-5 \end{cases}$	s) $\begin{cases} \frac{x}{a}=\frac{y}{b} \\ x+y=a+b \end{cases}$ $\begin{pmatrix} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{pmatrix}$	
t) $\begin{cases} \frac{x}{5}=\frac{y}{10} \\ 2x+3y=8 \end{cases}$	u) $\begin{cases} 2x-y=x-3y-2 \\ 2(5-x)+3(x+y)=2(x+2y)+13 \end{cases}$	v) $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 4x+5y=-2 \end{cases}$	
w) $\begin{cases} 8x-4y=7 \\ 6x-3y=2 \end{cases}$	x) $\begin{cases} x+y=0 \\ 7x-5y=0 \end{cases}$	y) $\begin{cases} \sqrt{2}x-3y=-1 \\ x-2\sqrt{2}y=-3 \end{cases}$	z) $\begin{cases} \sqrt{2}x-\sqrt{7}y=\sqrt{3} \\ \sqrt{3}x+2\sqrt{2}y=1 \end{cases}$

**Solutions exercices supplémentaires :**

a) $S = \left\langle \frac{2}{3}; -\frac{1}{3} \right\rangle$	b) $S = \left\langle \frac{7}{15}; \frac{2}{5} \right\rangle$	c) $S = \emptyset$	d) $S = \langle -2; 1 \rangle$
e) $S = \langle -4; 10 \rangle$	f) $S = \langle -9; 13 \rangle$	g) $S = \left\langle \frac{7}{2}; \frac{17}{2} \right\rangle$	h) $S = \left\langle \frac{15}{11}; -\frac{1}{11} \right\rangle$
i) $S = \left\langle \frac{17}{13}; -\frac{31}{13} \right\rangle$	j) $S = \left\langle \frac{17}{36}; -\frac{7}{18} \right\rangle$	k) $S = \langle -1; 0 \rangle$	l) $S = \emptyset$
m) $S = \langle -7; 2 \rangle$	n) $S = \langle -28; 19 \rangle$	o) $S = \langle -3; -2\sqrt{2} \rangle$	p) $S = \left\langle \frac{2}{3}; \frac{8\sqrt{3}}{9} \right\rangle$
q) $S = \left\langle \frac{5+23\sqrt{6}}{47}; \frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{47} \right\rangle$	r) $S = \left\langle -\frac{22}{17}; -\frac{42}{17} \right\rangle$	s) $S = \langle -a; b \rangle$	
t) $S = \langle -1; 2 \rangle$	u) $S = \langle -4; 1 \rangle$	v) $S = \left\langle -\frac{21}{2}; 8 \right\rangle$	w) $S = \emptyset$
x) $S = \langle 0; 0 \rangle$	y) $S = \langle -9 - 2\sqrt{2}; 3\sqrt{2} - 1 \rangle$	z) $S = \left\langle \frac{2\sqrt{6}+\sqrt{7}}{4+\sqrt{21}}; \frac{\sqrt{2}-3}{4+\sqrt{21}} \right\rangle$	

**Plus d'exercices ? Brochure §6 & Notions élémentaires p.131 ex 1 a) à f) & p.34 ex 6 + 7**