

Exponentielles et logarithmes Série 1

Ne pas écrire sur l'énoncé !

Exercice 1 : Simplifier les expressions suivantes à l'aide des propriétés des puissances (SANS calculatrice)

$$a) \frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 2^4}{2^{-1} \cdot 2^0 \cdot 2^{-3}}$$

$$b) \frac{(x+y)^{2/3} \cdot (x+y)^{-1/6}}{[(x+y)^2]^{1/4}}$$

$$c) \frac{3^{1/2} \cdot 3^{-2/3}}{3^{1/2} \cdot 3^{1/3}}$$

$$d) \frac{10^{x+y} \cdot 10^{y-x} \cdot 10^{y+1}}{10^{y+1} \cdot 10^{2y+1}}$$

$$e) [(x^{-2})^{-2}]^{-3}$$

$$f) \frac{(10^2)^{-3} \cdot (10^3)^{1/6}}{\sqrt{10} \cdot (10^4)^{-1/2}}$$

Exercice 2 : Ecrire les nombres réels ci-dessous sous forme de produits de puissances ou de racines de bases deux à deux distinctes :

Exemple : $\frac{(4x)^4 \cdot x^{-\frac{2}{3}}}{(2x)^{-2} \cdot x^{\frac{1}{3}}} = \frac{4^4 x^4 \cdot x^{-\frac{2}{3}}}{2^{-2} x^{-2} \cdot x^{\frac{1}{3}}} = (2^2)^4 \cdot 2^2 \cdot x^{4 - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} + 2} = 2^{8+2} \cdot x^5 = 2^{10} x^5$

$$a) \frac{(3a)^3 \cdot a^{-2/3}}{(2a)^{-2} \cdot a^{1/3}}$$

$$b) \sqrt{\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{b^3}}{\sqrt[5]{c^2}}}$$

$$c) \frac{(a^{1/2})^2 \cdot (a^{-3})^2}{(a^{1/3})^{-2} \cdot a^{-1/3}}$$

$$d) \sqrt{\frac{\sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[3]{b^5}}{a^{-2} \cdot b^2}}$$

$$e) \frac{\left[a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}}{[a^{1/2} \cdot b^{-2/5}]^{\frac{3}{2}}}$$

$$f) (\sqrt[n]{a})^n$$

$$g) \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$h) \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$i) \sqrt[b]{a^{bx}}$$

$$j) \sqrt{36x^2}$$

$$k) \sqrt[n]{x\sqrt{a}}$$

$$l) \sqrt[a]{\sqrt{x^{2a} y^{6a}}}$$

$$m) \sqrt[3]{64a^{12}b^6}$$

$$n) \sqrt[3]{125(a+b-c)^3}$$

Exercice 3 : Effectuer les calculs ci-dessous à la calculatrice

$$a) 4^{-3}$$

$$b) (-4)^{-3}$$

$$c) \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$d) \left(\frac{1}{8}\right)^{2/3}$$

$$e) (10^3)^0$$

$$f) -3 \cdot (-4)^{-1/2}$$

$$g) \sqrt[53]{208^{64} \cdot 304^{48}}$$

$$h) \sqrt[78]{135^{82} \cdot 35^{61}}$$

$$i) \sqrt{2}$$

$$j) \frac{15^4 \cdot 2130^4}{8^7 \cdot 66^5 \cdot 243^3}$$

$$k) \sqrt[5]{6,8}$$

$$l) \sqrt[5]{0,487^8}$$

$$m) \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$n) \sqrt[7]{\frac{36,5 \cdot 6,83}{0,876}}$$

$$o) \sqrt[3]{-42,7}$$

$$p) \sqrt[7]{\frac{\sqrt[4]{0,0295 \cdot 0,578^{12}} \cdot \sqrt[3]{6,5^9}}{5,64^3 \cdot 2,6 \cdot \sqrt{\frac{0,45}{3,81}} \cdot 0,00275^6}}$$

Exercice 4 : Simplifier les expressions suivantes

$$a) 5^{n+1} \cdot 5^{n-1}$$

$$b) (a^3 b^4)^2$$

$$c) \left(\frac{a^{-3}}{a^{-4}}\right)^2$$

$$d) \frac{4^{n+3}}{4^4}$$

$$e) \frac{(a^2 b)^3 a^4}{(ab^3)^3}$$

$$f) \frac{a^5}{a^{-2}}$$

Exercice 5 : Calculer sans calculatrice

a) $4^0 \cdot 4^{-2} \cdot 4^{-3}$

d) $\sqrt[3]{0,512}$

b) $\sqrt[3]{343}$

e) $(\sqrt{5})^6$

c) $\sqrt[4]{2401}$

f) $10^3 + 10^2$

Exercice 6 : Simplifier les expressions suivantes :

a) $8^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} + 81^{\frac{1}{4}} - 125^{\frac{1}{3}} - 1000^{\frac{2}{3}}$

b) $\sqrt{27^{-2/3}} + 5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}$

c) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

Exercice 7 : Simplifier les expressions suivantes :

a) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[4]{a^3}}$

d) $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2} \sqrt[4]{a}}$

b) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}$

e) $\frac{\sqrt[3]{a^5} \sqrt[6]{a}}{a^3}$

c) $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}$

f) $\frac{(\sqrt{a})^3}{a \sqrt[3]{a^2}}$

Plus d'exercices ?

<http://www.gomaths.ch/divers.php> -> Nombres et opérations -> calcul avec des puissances

Solutions Série 1 :

Exercice 1 :

- a) $\frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 2^4}{2^{-1} \cdot 2^0 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^{3-2+4}}{2^{-1+0-3}} = \frac{2^5}{2^{-4}} = 2^{5-(-4)} = 2^9$ Important de recopier l'énoncé + faire des étapes !
- b) 1
- c) $3^{-1} = \frac{1}{3}$
- d) $10^{-1} = \frac{1}{10}$
- e) $x^{-12} = \frac{1}{x^{12}}$
- f) $10^{-4} = \frac{1}{10^4}$

Exercice 2 :

- a) $2^2 \cdot 3^3 \cdot a^4$
- b) $a^{1/6} \cdot b^{3/8} \cdot c^{-1/5}$
- c) a^{-4}
- d) $a^{5/4} \cdot b^{-1/6}$
- e) $a^{-1/2} \cdot b^{23/30}$
- f) a
- g) $a^{1/n} \cdot b^{1/n}$
- h) $a^{1/n} \cdot b^{-1/n}$
- i) $a^{x/n}$
- j) $6x$
- k) $a^{\frac{1}{nx}}$
- l) xy^3
- m) $4a^4b^2$
- n) $5(a + b - c)$

Exercice 3 :

- a) 0,015625
- b) -0,015625
- f) Domain error ! car racine d'un nombre négatif
- g) Overflow error = pas assez de place sur la calculatrice pour calculer
Astuce : simplifier l'énoncé à l'aide des propriétés des
- c) 0,131687243
- d) 0,25
- puissances avant de calculer à l'aide de la calculatrice :
- $\sqrt[53]{208^{64} \cdot 304^{48}} = 208^{64/53} \cdot 304^{48/53} = 111637,7426$
- h) Overflow error
Même astuce que en g) : $135^{82/78}$.
- e) 1
- $35^{61/78} = 2799,768015$
- i) 1,414213562
- j) 0,000027651
- k) 1,467242109
- l) 0,316261508
- m) 0,910196392
- n) 2,241823161
- o) -3,495231602
- p) 0,851284352

Exercice 4 : a) 5^{2n} b) a^6b^8 c) a^2 d) 4^{n-1} e) $a^7b^{-6} = \frac{a^7}{b^6}$ f) a^7

Exercice 5 : a) $4^{-5} = \frac{1}{1024}$ b) 7 d) 0,8 e) 125 f) 1100

Exercice 6 : a) -85 b) $16/3$ c) $\sqrt[8]{2^7}$

Exercice 7 : a) $\sqrt[12]{a}$ b) 1 c) $\sqrt[12]{a^7}$ d) $\sqrt[12]{a}$ e) $\frac{1}{\sqrt[6]{a^7}}$ f) $\frac{1}{\sqrt[6]{a}}$