

Fonctions polynômiales Série 1

NE PAS ECRIRE SUR L'ENONCE

Exercice 1: Les expressions suivantes définissent-elles des polynômes ? Justifiez votre réponse !
Si oui, donnez leur degré !

a) $P_1(x) = \frac{5x^3+3x-4}{\sqrt{5}}$

e) $P_5(x) = \frac{3}{x-1} + x^3$

b) $P_2(x) = \sqrt{25+x^2}$

f) $P_6(x) = \frac{x+5}{x+5}$

c) $P_3(x) = (2x^2 - 3)^2$

g) $P_7(x) = (x+5)^2 - (x^2 + 25)$

d) $P_4(x) = 3\sqrt{7} - 4$

h) $P_8(x) = \frac{x^3+x}{x}$

Exercice 2: Quel est le degré de chaque polynôme ci-dessous ?

a) $P_1(x) = (x^2 + 1)(5 - 2x)$

d) $P_4(x) = (4x + 1)^2 - (4x - 1)^2$

b) $P_2(x) = (x^2 + 1)(5 - 2x) + 2x^3$

e) $P_5(x) = (x + 1)^3 - x(x + 1)^2 - 2x^2$

c) $P_3(x) = (4x + 1)^2 + (4x - 1)^2$

f) $P_6(x) = (x + 1)(x^2 - 1) - x(1 - x)^2$

Exercice 3: Connaissant les trois polynômes ci-dessous, déterminez:

$$A(x) = -x^3 + 3x^2 + 7$$

$$B(x) = 2 + 5x^2 - x^4$$

$$C(x) = (x + 2)^2$$

a) le polynôme $D(x) = 3A(x) - 2B(x) + C(x)$

b) le degré du polynôme $E(x) = A(x) \cdot B(x)$

c) le coefficient de x^3 du polynôme $F(x) = x \cdot B(x) - A(x)$

d) le degré du polynôme $G(x) = B(x) \cdot [A(x) + xC(x)]$

e) le degré du polynôme $H(x) = [B(x)]^3 + [C(x)]^4$

Exercice 4: Trouver les polynômes A, B, C et D satisfaisant aux conditions suivantes:

a) A et B sont de degré 3, leur somme aussi, leur différence est de degré 2

b) Le degré de $C \cdot D$ est 4, celui de $C + D$ est 3.

Exercice 5: Le nombre $x_0 = 2$ est-il une racine des polynômes proposés ?

a) $P_1(x) = 3x^2 - 5x + 7$

c) $P_3(x) = x^5 - 9x^2 + 4$

b) $P_2(x) = (x - 1)^3 - 1$

d) $P_4(x) = 5(x - 2)(x^9 - x^8 + 3x^7)$

e) $P_5(x) = (x - 2) \cdot Q(x)$, $Q(x)$ est un polynôme inconnu !

Exercice 6: Déterminer le coefficient c_i de $P \cdot Q$ si

a) $P(x) = 5x^4 - 2x^2 + 3x - 1$ $Q(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 5$ $i = 4$

b) $P(x) = x^5 - 3x^3 + 2x$ $Q(x) = x^4 + 4x^2 - 6$ $i = 5$

c) $P(x) = (x + 1)^3$ $Q(x) = (x + 1)^5$ $i = 2, i = 4, i = 5$

Exercice 7: Evaluer, dans chaque cas, $P(x)$ pour la valeur de x fixée:

a) $P(x) = 4x^3 - 10x^2 + 11x - 5$ $x = 1$

b) $P(x) = x^5 + x^4 - x^3 - x^2$ $x = -1$

c) $P(x) = x^5 - 6x^3 - 8x - 2$ $x = -3$

d) $P(x) = 6x^3 - 7x^2 + 8x - 5$ $x = -\frac{2}{3}$

e) $P(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 4$ $x = -2$

Exercice 8:

A) Recopier et calculer les produits suivants:

a) $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) =$

b) $(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b) =$

c) $(a + b)^4 = (a + b)^3(a + b) =$

d) $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) =$

e) $(a - b)^3 = (a - b)^2(a - b) =$

f) $(a - b)^4 = (a - b)^3(a - b) =$

B) Comment est construit ce triangle ?

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & \\
 & & & & & & 1 & 2 & 1 \\
 & & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\
 & & & & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1
 \end{array}$$

C) Ecrire la ligne suivante :

D) En observant les identités remarquables, deviner à quoi sert ce triangle.

E) A l'aide du **triangle de Pascal** (le triangle du point B), développer

$(a + b)^5 =$ et $(a - b)^6 =$

Corrigé Polynômes Série 1 :

Exercice 1 :

OUI : a), c), d), g) **Non** : b), e), f), h)

Exercice 2 :

a) 3, b) 2, c) 2, d) 1, e) 2, f) 2

Exercice 3 :

a) $D(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x + 21$ b) degré 7 c) $a_3 = 6$ d) degré 6 e) degré 12

Exercice 4 :

- a) $A(x) = x^3$ $B(x) = x^3 + x^2$
 b) $C(x) = x^3 + 2x$ $D(x) = x + 2$

Exercice 5 :

a) non b) oui c) oui d) oui e) oui

Exercice 6 :

a) $c_4 = -9$ b) -16 c) $c_5 = 56, c_4 = 70, c_2 = 28$

Exercice 7 :

a) $p(1) = 0$ b) 0 c) -59 d) $-\frac{137}{9}$ e) 1

Exercice 8 :

A)

- a) $a^2 + 2ab + b^2$
 b) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 c) $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
 d) $a^2 - 2ab + b^2$
 e) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
 f) $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$

C) 1 5 10 10 5 1

D) A déterminer les coefficients des identités remarquables

$$E) (a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$(a - b)^6 = a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 + 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6$$