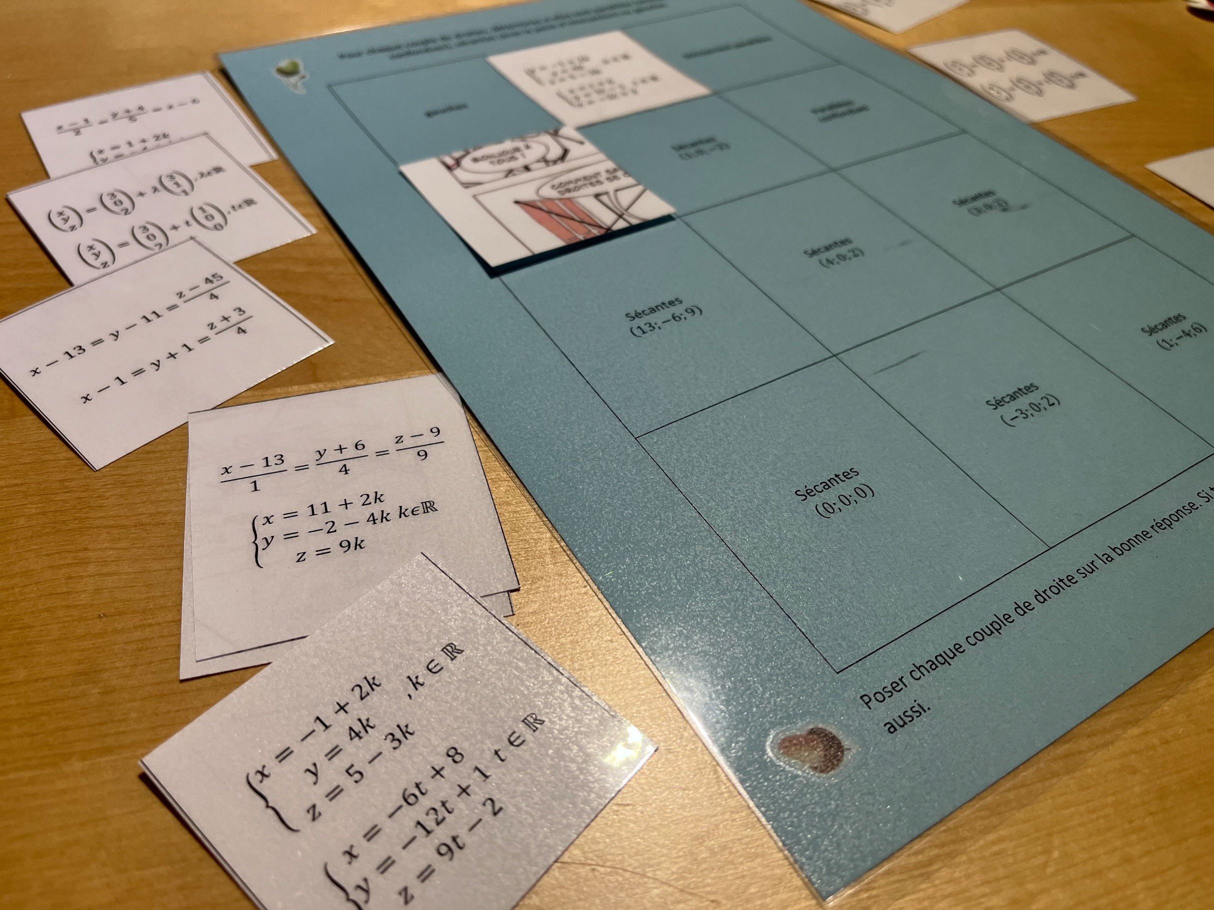

x − 13 = y − 11 = (z − 45)/4
x − 1 = y + 1 = (z + 3)/4
(x − 13)/1 = (y + 6)/4 = (z − 9)/9
x = 11 + 2k, y = −2 − 4k kϵℝ, z = 9k
x = −1 + 2k, y = 4k, z = 5 − 3k ,k ∈ ℝ
x = −6t + 8, y = −12t + 1, z = 9t − 2 t ∈ ℝ
Sécantes (13;−6;9)
Sécantes (4;0;2)
Sécantes (1;−4;6)
Sécantes (−3;0;2)
Sécantes (0;0;0)
Poser chaque couple de droite sur la bonne réponse. Si t
aussi.

$$d_1 : \begin{cases} x = -1 + 2k \\ y = 4k \\ z = 5 - 3k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

$$d_2 : \begin{cases} x = -6t + 8 \\ y = -12t + 1 \\ z = 9t - 2 \end{cases} t \in \mathbb{R}$$

$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ $P_1(-1; 0; 5)$ $\vec{d_2} = \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \\ 9 \end{pmatrix}$ $P_2(8; 1; -2)$

① $\vec{d_1} \cdot \lambda \overset{?}{=} \vec{d_2}$

$$\begin{cases} \lambda 2 = -6 \\ \lambda \cdot 4 = -12 \\ \lambda \cdot (-3) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -3 \\ \lambda = -\frac{12}{4} = -3 \\ \lambda = \frac{9}{-3} = -3 \end{cases}$$

donc $d_1 \parallel d_2$

② $P_1 \in d_1$ mais $P_1 \overset{?}{\in} d_2$

$$\begin{cases} -1 = -6t + 8 \\ 0 = -12t + 1 \\ 5 = 9t - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{+9}{+6} = t = \frac{3}{2} \\ \frac{-1}{-12} = t \\ \frac{3}{9} = t = \frac{1}{3} \end{cases} \neq$$

donc $P_1 \notin d_2$

d_1 et d_2 sont strictement parallèles.

$$d_1 : \begin{cases} x = -1 + 2k \\ y = 4k \\ z = 5 - 3k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

$$d_3 : \begin{cases} x = t + 6 \\ y = 3t - 1 \\ z = -2t + 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \vec{d_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{① \ \vec{d_1} \neq \lambda \cdot \vec{d_3}}$$

car $\begin{cases} 2 = \lambda \\ 4 = 3\lambda \\ -3 = -2\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2 \\ \lambda = \frac{4}{3} \\ \lambda = \frac{3}{2} \end{cases} \nexists$

donc d_1 et d_3 pas parallèles.

② Recherche d'un point d'intersection : égaliser les $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

⚠ ne pas garder le même paramètre !

$$\begin{cases} -1 + 2t = \lambda + 6 \\ 4t = 3\lambda - 1 \\ 5 - 3t = -2\lambda + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2t - 7 = \lambda \\ 4t = 3(2t - 7) - 1 \\ 3 - 3t + 2(2t - 7) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2t - 7 \\ 4t = 6t - 21 - 1 \\ 3 - 3t + 4t - 14 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2t - 7 \\ 22 = 2t \\ t = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2 \cdot 11 - 7 = 15 \\ t = \frac{22}{2} = 11 \\ t = 11 \end{cases} =$$

donc les droites sont sécantes.

$$d_1 : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 4t \\ z = 5 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}, \qquad d_2 : \begin{cases} x = -6t + 8 \\ y = -12t + 1 \\ z = 9t - 2 \end{cases} t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_3 : \begin{cases} x = t + 6 \\ y = 3t - 1 \\ z = -2t + 2 \end{cases} t \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 2 \cdot 11 = 21 \\ y = 4 \cdot 11 = 44 \\ z = 5 - 3 \cdot 11 = -28 \end{cases}$$

$$d_1 \cap d_3 = \{(21 ; 44 ; -28)\}$$

$$d_2 : \begin{cases} x = -6t + 8 \\ y = -12t + 1 \quad t \in \mathbb{R} \\ z = 9t - 2 \end{cases}$$

$$d_3 : \begin{cases} x = k + 6 \\ y = 3k - 1 \quad k \in \mathbb{R} \\ z = -2k + 2 \end{cases}$$

$$\vec{d_2} = \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \\ 9 \end{pmatrix} \qquad \vec{d_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{① \ \vec{d_2} \neq \lambda \cdot \vec{d_3}} \quad \text{car} \begin{cases} -6 = \lambda \\ -12 = 3\lambda \\ 9 = -2\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -6 \\ \lambda = \frac{-12}{3} = -4 \\ \lambda = -\frac{9}{2} \end{cases} \neq$$

donc d_2 et d_3 ne sont pas parallèles.

② Est-ce qu'il y a un point d'intersection ?

$$\begin{cases} -6t + 8 = k + 6 \\ -12t + 1 = 3k - 1 \\ 9t - 2 = -2k + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6t + 2 = k \\ -12t + 2 = 3(-6t + 2) \\ 9t - 4 = -2(-6t + 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = -6t + 2 \\ -12t + 2 = -18t + 6 \\ 9t \cancel{-4} = +12t \cancel{-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -6t + 2 \\ 6t = 4 \\ t = 0 \end{cases} \neq$$

donc pas d'intersection.

d_2 et d_3 sont gauches.

GVS3 ex 11

$$x - 13 = y - 11 = \frac{z-45}{4} \iff \frac{x-13}{1} = \frac{y-11}{1} = \frac{z-45}{4} \qquad \vec{d_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$=$$

$$x - 1 = y + 1 = \frac{z+3}{4} \iff \frac{x-1}{1} = \frac{y-(-1)}{1} = \frac{z-(-3)}{4} \qquad \vec{d_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$P_2(1\,;-1\,;-3) \in d_1$ car $\underbrace{1-13}_{-12} = \underbrace{-1-11}_{-12} = \underbrace{\frac{-3-45}{4}}_{\frac{-48}{4}} = -12$

donc parallèles confondues.

GVS3 ex 8

$d_1 : -x = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{4}$ $\Leftrightarrow$ $\frac{x-0}{-1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{4}$ $\qquad \vec{d_1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$d_2 : \frac{x-3}{2} = -y-1 = \frac{z-1}{3}$ $\Leftrightarrow$ $\frac{x-3}{2} = \frac{y-(-1)}{-1} = \frac{z-1}{3}$ $\qquad \vec{d_2} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$-y-1 \; \begin{cases} -(y+1) \\ -(y-(-1)) \end{cases}$

$$\boxed{\vec{d_1} \neq \lambda \cdot \vec{d_2} \quad \text{donc pas parallèles}}$$

$d_1 : -x = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{4} = \lambda$ $\qquad d_1 : \begin{cases} x = -\lambda \\ y = 3 + 3\lambda \\ z = 2 + 4\lambda \end{cases}$

dans d_2 : $\underbrace{\frac{-\lambda-3}{2} = \overbrace{-(3+3\lambda)-1}^{}}_{①} = \underbrace{\frac{2+4\lambda-1}{3}}_{②}$

① $\frac{-\lambda-3}{2} = -3-3\lambda-1$

$\Leftrightarrow -\lambda-3 = 2(-3\lambda-4)$

$\Leftrightarrow -\lambda-3 = -6\lambda-8$

$\Leftrightarrow 5\lambda = -5$

$\Leftrightarrow \boxed{\lambda = -1}$

② $-3-3\lambda-1 = \frac{1+4\lambda}{3}$

$\Leftrightarrow 3(-4-3\lambda) = 1+4\lambda$

$\Leftrightarrow -12-9\lambda = 1+4\lambda$

$\Leftrightarrow -13 = 13\lambda$

$\Leftrightarrow \boxed{\lambda = -1}$

$d_1 : \begin{cases} x = -(-1) = 1 \\ y = 3 + 3(-1) = 0 \\ z = 2 + 4(-1) = 2-4 = -2 \end{cases}$

Sécantes : $(1; 0; -2)$

$$d_1 : \begin{cases} x = 5 - 2\lambda \\ y = -1 + 3\lambda \,, \lambda \in \mathbb{R} \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$$

$$d_2 : \begin{cases} x = 5 - \lambda \\ y = -1 + 3\lambda \,, \lambda \in \mathbb{R} \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$$

$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{d_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

① $\vec{d_1} \neq \lambda \cdot \vec{d_2}$

donc pas parallèles.

$(5 ; -1 ; 1) \in d_1$

$\in d_2$

$\Rightarrow$ Sécantes

$$d_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R} \rightarrow \vec{d_1}$$

$$d_2 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \rightarrow \vec{d_2}$$

$\vec{d_1} \neq \lambda \cdot \vec{d_2}$

pas parallèles.

$(3 ; 0 ; 2) \in d_1$

$\in d_2$

donc sécantes

$$d_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, t\epsilon\mathbb{R}$$

$$d_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, t\epsilon\mathbb{R}$$

$\vec{d_1} \neq \lambda \cdot \vec{d_2}$

donc les droites ne sont pas parallèles.

Si $t = 1$: $d_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

et $(4;0;2) \in d_2$

donc sécantes.

GVS3 ex 12 d)

$$d_1 : \frac{x-13}{1} = \frac{y+6}{4} = \frac{z-9}{9}$$

$$d_2 : \begin{cases} x = 11 + 2k \\ y = -2 - 4k \quad k\epsilon\mathbb{R} \\ z = 9k \end{cases}$$

$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$

$\vec{d_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 9 \end{pmatrix}$

① $\vec{d_1} \neq \lambda \cdot \vec{d_2}$

$\Rightarrow d_1$ et d_2 pas parallèles.

② d_2 dans d_1 pour chercher un point d'intersection

$$11 + 2k - 13 = \frac{-2 - 4k + 6}{4} = \frac{9k - 9}{9}$$

$$\Leftrightarrow 2k - 2 = \frac{-4k + 4}{4} = \frac{9(k-1)}{\cancel{9}}$$

$$\Leftrightarrow 2k - 2 = -k + 1 = k - 1$$

$3k = 3$

$\Leftrightarrow k = 1$

$2 = 2k$

$\Leftrightarrow k = 1$

$\Rightarrow$ droites sécantes

$(13; -6; 9)$

$$\begin{cases} x = 11 + 2 = 13 \\ y = -2 - 4 = -6 \\ z = 9 \end{cases}$$

$d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{5} = z-6$

$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$d_2 : \begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = -4 + k & k \in \mathbb{R} \\ z = 6 - 5k \end{cases}$

$\vec{d_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

$(1; -4; 6) \in d_1$
$\in d_2$

① $\vec{d_1} \neq \lambda \cdot \vec{d_2}$
donc les droites ne sont pas parallèle.

Sécantes

$d_1 : \frac{x+3}{-3} = \frac{y}{5} = \frac{z-2}{-2}$

$d_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$

$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\vec{d_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

$(-3; 0; 2) \in d_1$
$\in d_2$

①
$\vec{d_1} \neq \lambda \cdot \vec{d_2}$
donc les droites ne sont pas parallèles.

donc sécantes

$d_1 : \frac{x}{3} = \frac{y}{5} ; z = 0 \iff d_1 : \begin{cases} x = 3t \\ y = 5t \\ z = 0 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

$d_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$

$\vec{d_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

① $\vec{d_1} \neq \lambda \cdot \vec{d_2}$
donc pas parallèles.

$(0; 0; 0) \in d_1$
$\in d_2$

donc sécantes