Algèbre Série 11

Exercice 1 : Résoudre les équations ci-dessous en **complétant le carré**.

a) $x^2 - 9 = 0$

b) $x^2 + 5x = 0$

c) $(x-3)^2 = 0$

d) $(x-3)^2 - 4 = 0$

e) $4(x+5)^2 - 9 = 0$

f) $4(x+5)^2 + 9 = 0$

Trop répétitif ?

g) $(x-p)^2 - q = 0$

Compliquons un peu :

h) $x^2 + 6x + 9 = 0$

i) $x^2 + 6x + 5 = 0$

j) $x^2 + 5x + 4 = 0$

k) $2x^2 + 10x + 8 = 0$

Si vous maitrisez :

l) $ax^2 + bx + c = 0$

Exercice 2 : <u>**Recopier**</u> et compléter le tableau suivant

Equation $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{c}$	$\boldsymbol{\Delta = b^2 - 4ac}$	$\boldsymbol{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$
(1) $x^2 - 2x + 1 = 0$					
(2) $4x^2 + x - 3 = 0$					
(3) $2x^2 - 6x + 3 = 0$					
(4) $9x^2 - 30x + 25 = 0$					
(5) $15x^2 - 12 = -8x$					
(6) $12x^2 + 60x + 75 = 0$					
(7) $x(3x + 10) = 77$					

Exercice 3 :

Pour chacune des équations ci-dessous, déterminer les valeurs de $a, b\ et\ c$ et résoudre à l'aide de la formule de l'exercice précédent

a) $2x^2 + x - 3 = 0$

b) $0{,}5x^2 - x + 1 = 0$

c) $\frac{1}{9}x^2 - 2x + 9 = 0$

d) $6x^2 - x - 2 = 0$

e) $x^2 - x - 1 = 0$

f) $\frac{2}{3}x^2 + x - 3 = 0$

Exercice 4 :

Trouver deux nombres dont la différence est 5 et dont le produit est 300. Indiquer toutes les solutions

Exercice 5 : Mettre l'équation sous la forme $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$ puis résoudre.

a) $3-2x=5x^2$
b) $x^2-(1+2x)^2=2x$
c) $(7x-9)^2=49x^2+3$
d) $1-3x+2x^2=5x^2-3x$

Exercice 6 :

Trouver la largeur d'un rectangle sachant que son aire mesure 874 cm^2 et que sa longueur dépasse la largeur de 15 cm.

Exercice 7 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous

a) $(x+1)^2=2x^2-1$
b) $\frac{x-2}{3}=2x^2-1$
c) $2x(4x-5)=3$
d) $3x^2=x-4$

Exercice 8 : On recouvre un plancher avec 350 planelles carrées. Si chaque planelle mesurait 2cm de plus en longueur et en largeur, on n'aurait besoin que de 250 planelles.

Quelles sont les dimensions (arrondies à la 2e décimale) de ces planelles ?

Exercice 9 : Résoudre les équations suivantes:

a) $x(x+2)=x+1$
b) $\frac{1-x}{3}-\frac{x-2}{5}=1$
c) $1-x=2-x$
d) $\frac{(3-15x)}{5}=3\left(\frac{1}{5}-x\right)$
e) $x(6x+7)=3$

Exercice 10 :

Le triangle de côtés 3, 4 et 5 est rectangle car $3^2+4^2=5^2$.
Existe-t-il un autre triangle rectangle dont les côtés sont trop nombres entiers et consécutifs ?

Exercice 11 :

$5x^2-7x+\lambda=0$ Quelle valeur faut-il donner à λ pour que l'équation donnée n'ait qu'une solution ? Calculer cette solution.

Exercice 12 : Déterminer la valeur de d qui **complète le carré** pour l'expression

a) x^2+9x+d
b) x^2-8x+d
c) $x^2+dx+36$
d) $x^2+dx+\frac{49}{4}$
e) $x^2+13x+d$
f) $x^2+dx+25$
g) x^2-6x+d
h) $x^2+dx+\frac{81}{4}$

Exercice 13 : Résoudre en **complétant le carré**

a) $x^2+6x+7=0$
b) $x^2-8x+11=0$
c) $4x^2-12x-11=0$
d) $4x^2+20x+13=0$

Exercice 14 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

a) $0{,}5x^2 + 0{,}75x - 0{,}5 = 0$
b) $2(x^2 + 1) = 1 + 3x$
c) $(x + 1)^2 = 2x^2 - 1$
d) $3x^2 = x - 4$
e) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3} = \frac{x}{12}$

Exercice 15 : Donner un exemple d'équation de degré 2 dont la solution est:

Indice : il faut penser à la forme factorisée de l'équation

a) $S = \{-5; 10\}$ b) $S = \emptyset$ c) $S = \{7\}$

Exercice 16 :

La somme du carré et du double d'un nombre est égale à 99.
Quel est (ou sont) ce(s) nombre(s) ?

Exercice 17 : Déterminer la valeur de c pour que x_1 soit solution de l'équation puis calculer l'autre solution.

a) $2x^2 - 3x + c = 0 \qquad x_1 = 1$
b) $5x^2 + x + c = 0 \qquad x_1 = -\frac{1}{2}$

Exercice 18 : $2x^2 + \lambda x + \frac{1}{2} = 0$

Quelle(s) valeur(s) faut-il donner à λ pour que l'équation ci-dessus admette une unique solution ? (indiquer toutes les possibilités). Quelle est alors la solution ?

Exercice 19 : f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$. Calculer les zéros de f puis factoriser $f(x)$

a) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{2}x - 1$
b) $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$

Mise en garde :

Ne pas utiliser systématiquement la formule $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Les risques d'erreurs sont statistiquement moins grands lors de **résolutions par factorisation** !

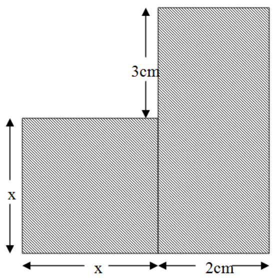
Exercice 20 : Résoudre les équations suivantes

a) $(x - 2)(3x + 5)(7x - 3) = 0$
b) $x^2 = 4$
c) $x^2 = 3x$
d) $(9x - 5)^2 = 9$
e) $x^2 + 9 = 0$
f) $(3x + 2)^2 - (x - 1)^2 = 0$
g) $x(x + 2) = 3x + 1$
h) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ (poser $y = x^2$)
i) $x(3x - 1) = x(2x - 3) + 2x - 7$

Exercice 21 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

a) $x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}x = \frac{1}{2}$
b) $\frac{3x-2}{3} - \frac{9x-22}{15} - \frac{2x+4}{5} = 0$

Exercice 22 : Calculer la longueur x sachant que l'aire totale de la figure hachurée mesure 21 cm^2



Solutions: Ex 1: a) $S = \{-3; 3\}$ b) $S = \{-5; 0\}$ c) $S = \{3\}$ d) $S = \{1; 5\}$ e) $S = \left\{-\frac{13}{2}; -\frac{7}{2}\right\}$ f) $S = \emptyset$ g) $S = \left\{p \pm \sqrt{q}\right\}$ h) $S = \{-3\}$ i) $S = \{-5; -1\}$ j) $S = \{-4; -1\}$ k) $S = \{-4; -1\}$ l) $S = \left\{\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right\}$

Ex 2: 1) $S = \{1\}$ 2) $S = \left\{-1; \frac{3}{4}\right\}$ 3) $S = \left\{\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}\right\}$ 4) $S = \left\{\frac{5}{3}\right\}$ 5) $S = \left\{-\frac{6}{5}; \frac{2}{3}\right\}$ 6) $S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ 7) $S = \left\{-7; \frac{11}{3}\right\}$

Ex 3: a) $S = \left\{-\frac{3}{2}; 1\right\}$ b) $S = \emptyset$ c) $S = \{9\}$ d) $S = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right\}$ e) $S = \left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$ f) $S = \left\{-3: \frac{3}{2}\right\}$

Ex 4: Deux possibilités: -15 et -20 ou 20 et 15.

Ex 5: a) $S = \left\{-1; \frac{3}{5}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{-6\pm\sqrt{24}}{6}\right\} = \left\{\frac{-3\pm\sqrt{6}}{3}\right\}$ c) $S = \left\{\frac{13}{21}\right\}$ d) $S = \left\{\pm\sqrt{\frac{1}{3}}\right\} = \left\{\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$

Ex 6: La largeur du rectangle mesure 23 cm.

Ex 7: a) $S = \left\{\frac{2\pm\sqrt{12}}{2}\right\} = \left\{1 \pm \sqrt{3}\right\}$ b) $S = \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$ c) $S = \left\{-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right\}$ d) $S = \emptyset$

Ex 8: Les planelles mesurent 10,92cm de côté.

Ex 9: a) $S = \left\{\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$ b) $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ c) $S = \emptyset$ d) $S = \mathbb{R}$ e) $S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{1}{3}\right\}$

Ex 10: non **Ex 11:** $\lambda = \frac{49}{20}$ et $x = \frac{7}{10}$

Ex 12: a) $\frac{81}{4}$ b) 16 c) 12 d) 7 e) $\frac{169}{4}$ f) 10 g) 9 h) 9

Ex 13: a) $(x+3)^2 - 2 = 0$ $S = \left\{-3 \pm \sqrt{2}\right\}$ b) $(x-4)^2 - 5 = 0$ $S = \left\{4 \pm \sqrt{5}\right\}$ c) $4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 5 = 0$ $S = \left\{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$ d) $4\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - 12 = 0$ $S = \left\{-\frac{5}{2} \pm \sqrt{3}\right\} = \left\{\frac{-5\pm2\sqrt{5}}{2}\right\}$

Ex 14: a) $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}$ c) $s = \left\{\frac{2\pm\sqrt{12}}{2}\right\} = \left\{1 \pm \sqrt{3}\right\}$ d) $S = \emptyset$ e) $S = \left\{-1; \frac{4}{3}\right\}$

Ex 15: a) $(x+5)(x-10) = 0$ b) $x^2 + 1 = 0$ c) $(x-7)^2 = 0$ Il y a d'autres réponses possibles

Ex 16: Ce nombre est soit 9 soit -11.

Ex 17: a) $c = 1$ $x_2 = \frac{1}{2}$ b) $c = -\frac{3}{4}$ $x_2 = \frac{3}{10}$

Ex 18: Il faut que $\Delta = 0$ donc que $\lambda^2 - 4 = 0$. Il y a donc deux possibilités: $\lambda = \pm 2$.
Si $\lambda = 2$, la solution est $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. Si $\lambda = -2$, la solution est $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Ex 19: a) $Zéros(f) = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right\}$ $f(x) = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = (3x-2)\left(x + \frac{1}{2}\right)$
b) $Zéros(f) = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$ $f(x) = 2(x-1)\left(x - \frac{3}{2}\right) = (x-1)(2x-3)$

Ex 20: a) $S = \left\{-\frac{5}{3}; \frac{3}{7}; 2\right\}$ b) $S = \{\pm 2\}$ c) $S = \{0: 3\}$ d) $S = \left\{\frac{2}{9}; \frac{8}{9}\right\}$ e) $S = \emptyset$ f) $S = \left\{-\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right\}$ g) $S = \left\{\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$ h) $S = \{\pm 1; \pm 2\}$ i) $S = \emptyset$ **Ex 21:** a) $S = \left\{\frac{4}{5}\right\}$ b) $S = \mathbb{R}$

Ex 22: L'équation à résoudre est $x^2 + 2x + 6 = 21$ et sa solution est $S = \{-5; 3\}$.
La longueur x mesure 3cm.