

# Algèbre Série 8

**Ne pas écrire sur l'énoncé ! Rédigez vos raisonnements sur des feuilles quadrillées !**

**Exercice 1 :** Soient  $A(x) = 3x^2 - 4x + 5$  et  $B(x) = -2x^3 + 2x - 1$

Recopier et calculer les expressions suivantes et réduire au maximum :

- |                   |                     |                          |
|-------------------|---------------------|--------------------------|
| a) $(A + B)(x) =$ | c) $(2A - 3B)(x) =$ | e) $(A \cdot B)(x) =$    |
| b) $(A - B)(x) =$ | d) $(B - A)(x) =$   | f) $(-2A + B - AB)(x) =$ |

**Exercice 2 :** Recopier et calculer les produits suivants :

- |                             |  |
|-----------------------------|--|
| a) $-5 \cdot (x + 4) =$     | e) $-a^3(2b^2 - a) =$  |
| b) $(2x + 6y) \cdot 4 =$    | f) $\left(\frac{2}{3}a^2x - \frac{3}{2}ax^2 + ax\right)(-6ax) =$ |
| c) $1,5 \cdot (2x + 0,3) =$ |  |
| d) $x \cdot (x - y + z) =$  |  |

**Exercice 3 :** Trouver une illustration géométrique pour les égalités :

- |                          |   |
|--------------------------|---|
| a) $x(x + y) = x^2 + xy$ | b) $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6$ |
|--------------------------|---|

**Exercice 4 :** Recopier et calculer les produits suivants.

*Il est possible de trouver la réponse réduite en une seule étape. A essayer...*

- |                          |                                |
|--------------------------|--------------------------------|
| a) $(y + 5)(y - 9) =$    | d) $(x^2 - 11x + 28)(x - 2) =$ |
| b) $(x - 1)(x - 2) =$    | e) $(x^2 - 9x + 14)(x - 4) =$  |
| c) $(3x^2 - 4)(x + 1) =$ | f) $(x - 1)(x^2 + x + 1) =$    |

**Exercice 5 :** Recopier et calculer les produits suivants.

*Il s'agit ici d'effectuer les calculs en deux étapes : multiplier deux des trois facteurs puis de multiplier le produit obtenu par le troisième facteur.*

- |                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $(2x + 3)(2x - 3)(x + 1) =$ | b) $(x^2 - 1)(x + 1)(2x - 5) =$ |
|--------------------------------|---------------------------------|

**Exercice 6 :** Recopier et calculer les produits suivants :

- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| a) $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)\left(3xy^2 - \frac{3}{2}x^3y + \frac{3}{4}x^2\right) =$ | b) $-4x^2y^3(2xy^2 - 4x^2 + 5x^2y) =$ |
|---|---------------------------------------|

**Exercice 7 :**

A) Recopier et calculer les produits suivants :

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) =$   | d) $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) =$   |
| b) $(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b) =$ | e) $(a - b)^3 = (a - b)^2(a - b) =$ |
| c) $(a + b)^4 = (a + b)^3(a + b) =$ | f) $(a - b)^4 = (a - b)^3(a - b) =$ |

B) Comment est construit ce triangle ?

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & \\
 & & & & & & 1 & & 2 & & 1 \\
 & & & & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\
 & & & & & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1
 \end{array}$$

C) Écrire la ligne suivante : .....

D) En observant les identités remarquables en A) , deviner à quoi sert ce triangle.

E) A l'aide du **triangle de Pascal** (le triangle du point B) , recopier et développer

$$(a + b)^5 = \quad \quad \quad \text{et} \quad \quad \quad (a - b)^6 =$$

**Exercice 8 :** Recopier, calculer et simplifier :

- |   |   |
|---|---|
| a) $(x^2 + 3x + 1)(x^2 - 1) =$                  | l) $(1 - 4abc)^2 =$                               |
| b) $(a - 1)^2 - (a + 1)^2 =$                    | m) $(-0,3a^2 + 0,2b^2)^2 =$                       |
| c) $(a + b)^2 - 2(a^2 - b^2) + (a - b)^2 =$     | n) $(a + b - c)^2 =$                              |
| d) $(3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2) =$             | o) $(-a - b - c)^2 =$                             |
| e) $(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^2 - 1) =$              | p) $(3x + 2y)^3 =$                                |
| f) $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y)^2 =$               | q) $(x^3 - x^2 + x - 1)^2 =$                      |
| g) $(a - 1)(a^2 + a + 1)(a + 1)(a^2 - a + 1) =$ | r) $(a + b)^3 - (a^3 + b^3) - 3ab(a + b) =$       |
| h) $(m^3 + 1)(m^3 - 1) =$                       | s) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y\right)^3 =$ |
| i) $(2ax - u)^2 =$                              | t) $(2ab^2c^3 - 5)^3 =$                           |
| j) $(m + n)^2 - (m - n)^2 + (m + n)(m - n) =$   | u) $(1 - z)^3(1 + z)^3 =$                         |
| k) $(ax - by)^2 =$                              |   |

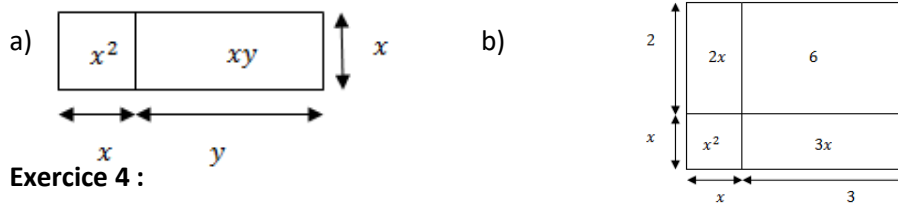
- **Plus d'exercices ??? voir brochure du Collège Voltaire, §7, exercices 10 à 12**  
 ➤ <http://www.gomaths.ch/> -> Algèbre -> Calcul littéral -> produits (identités) remarquables

## Solutions Algèbre Série 8

- Exercice 1:** a)  $-2x^3 + 3x^2 - 2x + 4$     b)  $2x^3 + 3x^2 - 6x + 6$     c)  $6x^3 + 6x^2 - 14x + 13$   
 d)  $-2x^3 - 3x^2 + 6x - 6$     e)  $-6x^5 + 8x^4 - 4x^3 - 11x^2 + 14x - 5$   
 f)  $6x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 4x - 6$

**Exercice 2 :**

- a)  $-5x - 20$     c)  $3x + \frac{9}{20}$     e)  $-2a^3b^2 + a^4$   
 b)  $8x + 24y$     d)  $x^2 - xy + xz$     f)  $-4a^3x^2 + 9a^2x^3 - 6a^2x^2$

**Exercice 3 :****Exercice 4 :**

- a)  $y^2 - 4y - 45$     c)  $3x^3 + 3x^2 - 4x - 4$     e)  $x^3 - 13x^2 + 50x - 56$   
 b)  $x^2 - 3x + 2$     d)  $x^3 - 13x^2 + 50x - 56$     f)  $x^3 - 1$

- Exercice 5 :** a)  $4x^3 + 4x^2 - 9x - 9$     b)  $2x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 3x + 5$

- Exercice 6 :** a)  $-\frac{3}{2}x^3y^3 + \frac{3}{4}x^5y^2 - \frac{3}{8}x^4y$     b)  $-8x^3y^5 + 16x^4y^3 - 20x^4y^4$

**Exercice 7 :**

- A)** a)  $a^2 + 2ab + b^2$     b)  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$     c)  $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$   
 d)  $a^2 - 2ab + b^2$     e)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$     f)  $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$

**B)** Ce triangle possède des 1 sur son bord et chaque nombre à l'intérieur est la somme des deux nombres qui se trouvent au-dessus. **C)** 1 5 10 10 5 1 **D)** Ce triangle donne les coefficients qui multiplient les puissances des différents monômes dans le développement de  $(a + b)^n, n \in \mathbb{N}$

**E)**  $(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$   
 $(a - b)^6 = a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 + 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6$

**Exercice 8 :**

- a)  $x^4 + 3x^3 - 3x - 1$     b)  $-4a$     c)  $4b^2$     d)  $27a^3 - 8b^3$     e)  $x^8 - 1$   
 f)  $38x^5 - 16x^4y + 24x^3y - 12x^3y^2 + 2x^2y^2 + 4x^2y^3 - 4xy^3 + y^3$     g)  $a^6 - 1$     h)  $m^6 - 1$   
 i)  $4a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2$     j)  $m^2 + 4mn - n^2$     k)  $a^2x^2 - 2abxy + 2y^2$     l)  $1 - 8abc + 16a^2b^2c^2$   
 n)  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$     o)  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$   
 p)  $27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$     q)  $x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$     r) 0  
 s)  $\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{16}x^2y + \frac{27}{32}xy^2 + \frac{27}{64}y^3$     t)  $8a^3b^6c^9 - 60a^7b^4c^6 + 150ab^2c^3 - 125$   
 u)  $-z^6 + 3z^4 - 3z^2 + 1$