

# Analyse Série 1

Résoudre les exercices sur une feuille quadrillée et non sur l'énoncé (sauf si précisé autrement)

## Exercice 1 :

Déterminer le domaine de définition  $D_f$ , les zéros et l'ordonnée à l'origine des fonctions suivantes

a)  $f(x) = 3x + 2$

b)  $f(x) = x^2 - 9$

c)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

d)  $f(x) = \sqrt{x}$

e)  $f(x) = \sqrt{x+5}$

f)  $f(x) = \frac{5}{x+3}$

g)  $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

h)  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

i)  $f(x) = \sqrt{x^2}$

j)  $f(x) = (\sqrt{x})^2$



## Exercice 2 :

Soient les fonctions  $f: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 + 7 = f(x) \end{cases}$   $g: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2x + 5 = g(x) \end{cases}$   $h: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -3 = h(x) \end{cases}$

a)  $(f + h)(x) =$

e)  $(f \cdot g)(x) =$

i)  $(f + g - h)(x) =$

b)  $(f - h)(x) =$

f)  $(f \circ g)(x) =$

j)  $(f \cdot g \cdot h)(x) =$

c)  $(g + h)(x) =$

g)  $(g \circ f)(x) =$

k)  $(g \circ g \circ g)(x) =$

d)  $(f + g + h)(x) =$

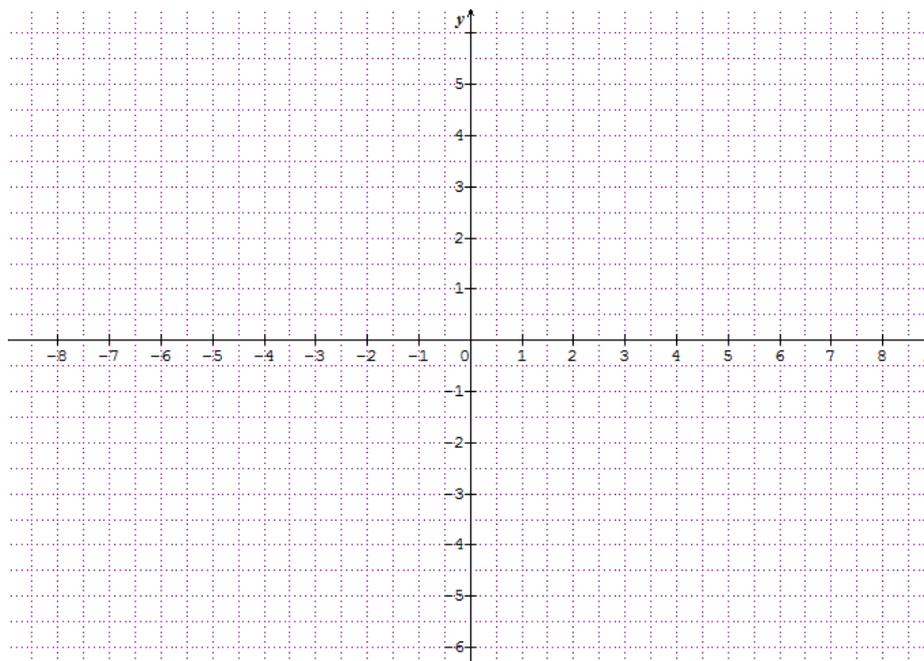
h)  $(g \circ g)(x) =$

l)  $(g \circ f \circ g)(x) =$

## Exercice 3 :

Sur le repère orthonormé ci-dessous, tracer le plus précisément possible la fonction suivante :

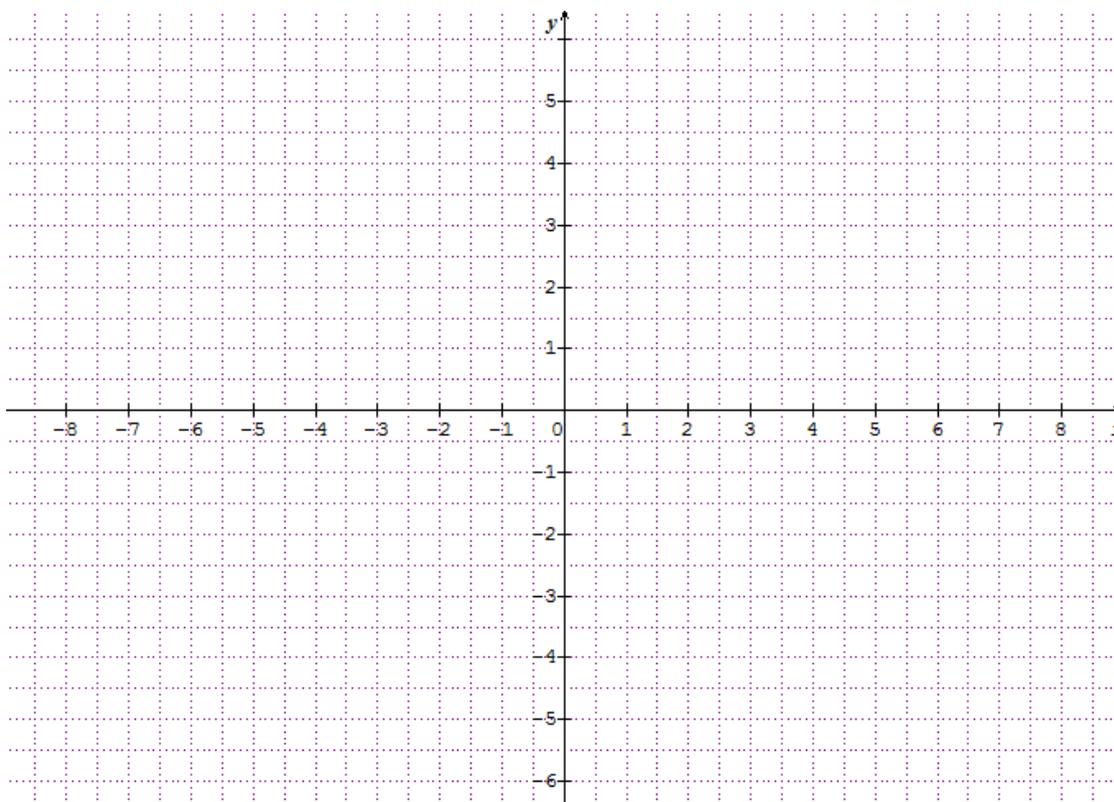
$$f: x \mapsto \begin{cases} (x+5)^2 - 3, & \text{si } x < -3 \\ -x - 2, & \text{si } -3 \leq x < 3 \\ \frac{2}{3}x, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$



**Exercice 4 :** Sur le repère orthonormé ci-dessous, tracer le plus précisément possible les fonctions suivantes :

a) en rouge la fonction:  $f: x \mapsto \begin{cases} -x, & \text{si } x < 0 \\ x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

b) en bleu la fonction  $g: x \mapsto \begin{cases} \frac{3}{2}x + 5, & \text{si } x < -4 \\ -\frac{1}{2}x, & \text{si } -4 \leq x < 2 \\ -2, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$



**Exercice 5 :** Représenter le graphe de  $f$  dans un repère orthonormé en faisant figurer tous les points importants (Echelle: 1 unité = 2 largeurs de carré)

a)  $f: x \mapsto \begin{cases} \frac{2x}{x-1}, & \text{si } x < 3 \\ -x^2 + 6x - 6, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

b)  $f: x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 - 2; & \text{si } x < -2 \\ x + 2, & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + 2, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

c)  $f: x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{si } x < 0 \\ 1, & \text{si } x = 0 \\ -\frac{1}{x}, & \text{si } x > 0 \end{cases}$

d)  $f: x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & \text{si } x < -1 \\ x + 2, & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 1, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

e)  $f: x \mapsto \begin{cases} x + 4, & \text{si } x < -2 \\ |x|, & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ -x + 4, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

f)  $f: x \mapsto \begin{cases} (x + 3)^2 + 1, & \text{si } x < -1 \\ 2, & \text{si } x = -1 \\ 1, & \text{si } x > -1 \end{cases}$

**Exercice 6 :**

a) Construire le tableau des signes de la fonction  $f(x) = (x - 2)(4 - 3x)(1 + 8x)$

b) Construire le tableau des signes de la fonction  $g(x) = \frac{3x-2}{x^2-9}$

## Corrigé Analyse Série 1

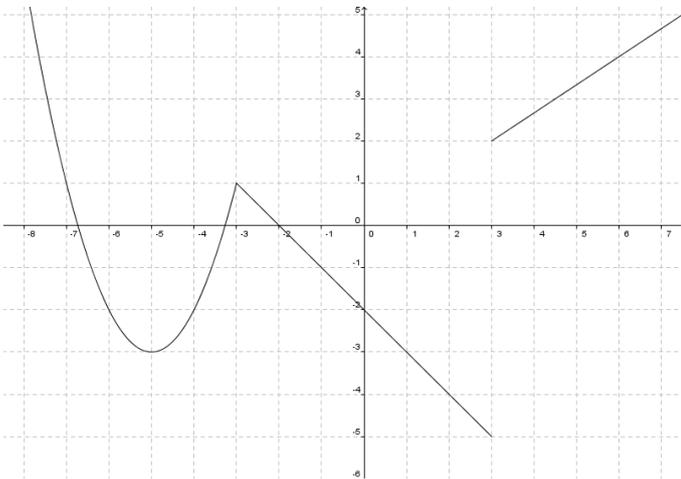
### Exercice 1 :

	$D_f$	$Z_f$	$f(0)$
a)	$\mathbb{R}$	$-2/3$	2
b)	$\mathbb{R}$	$-3; 3$	-9
c)	$\mathbb{R}$	0; 1	0
d)	$\mathbb{R}_+$	0	0
e)	$[-5; \infty[$	-5	$\sqrt{5}$
f)	$\mathbb{R} \setminus \{-3\}$	$\emptyset$	5/3
g)	$\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$	0	0
h)	$\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$	$\emptyset$	1/2
i)	$\mathbb{R}$	0	0
j)	$\mathbb{R}_+$	0	0

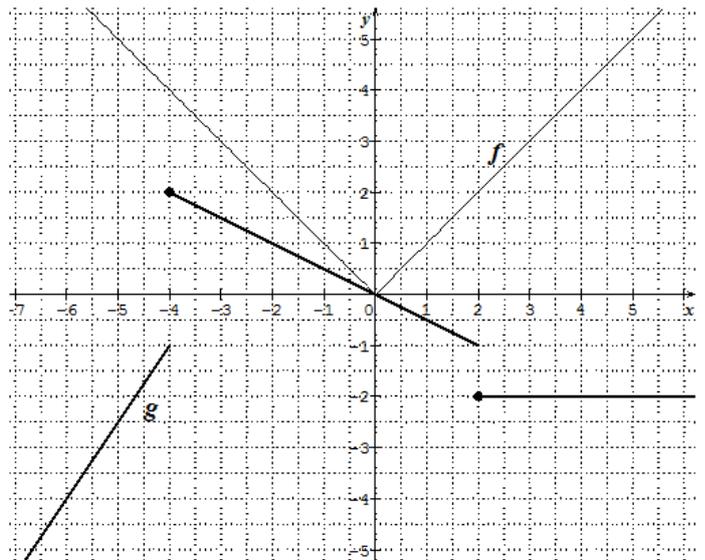
### Exercice 2 :

- |                   |                             |                                |
|-------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| a) $x^2 + 4$      | e) $2x^3 + 5x^2 + 14x + 35$ | i) $x^2 + 2x + 15$             |
| b) $x^2 + 10$     | f) $4x^2 + 20x + 32$        | j) $-6x^3 - 15x^2 - 42x - 105$ |
| c) $2x + 2$       | g) $2x^2 + 19$              | k) $8x + 35$                   |
| d) $x^2 + 2x + 9$ | h) $4x + 15$                | l) $8x^2 + 40x + 69$           |

### Exercice 3:

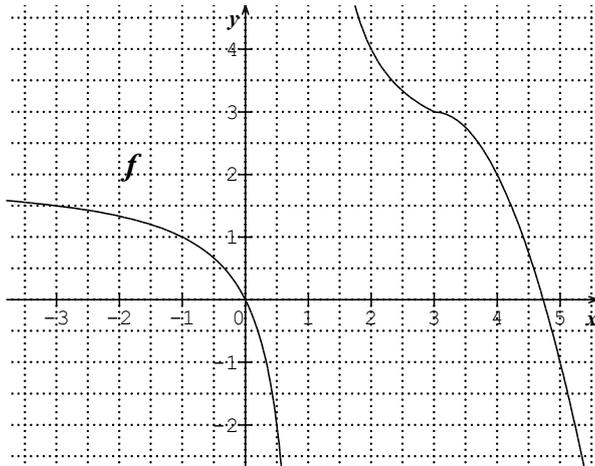


### Exercice 4:

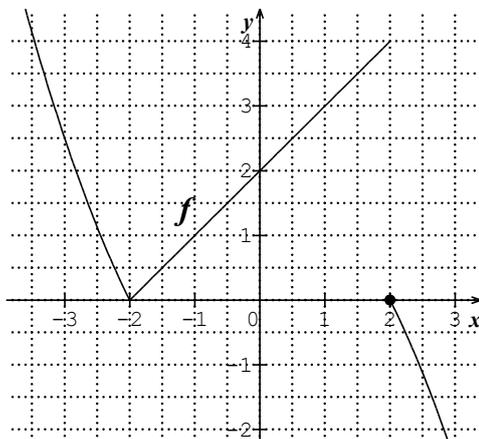


### Exercise 5:

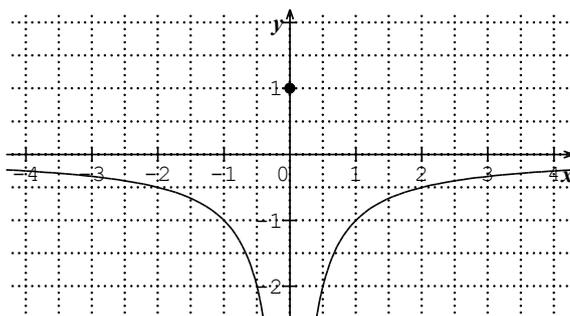
a)



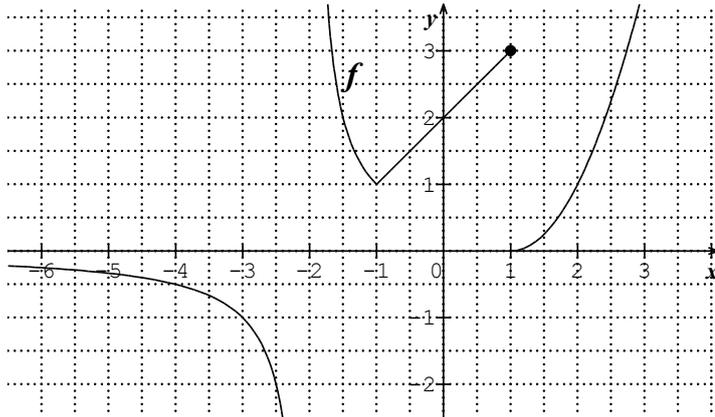
b)



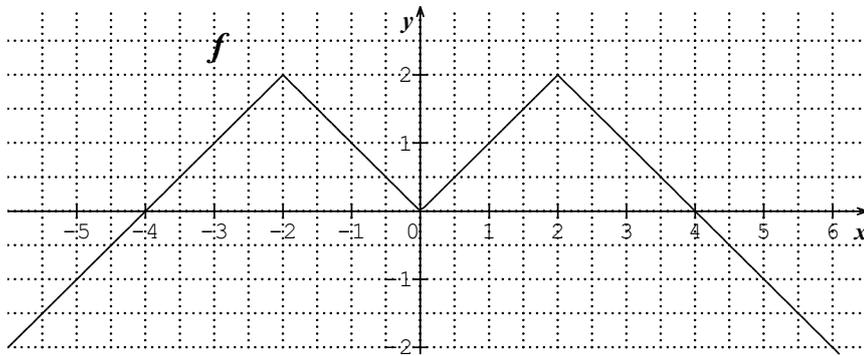
c)



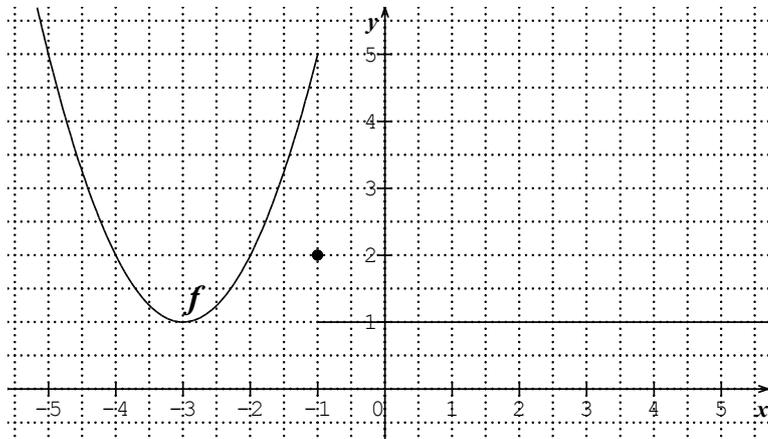
d)



e)



f)



**Exercice 6:**

a) La fonction  $f(x) = (x-2) \cdot (4-3x) \cdot (1+8x)$  s'annule pour  $x = 2$ ,  $x = \frac{4}{3}$ ,  $x = -\frac{1}{8}$

On étudie les signes de chacun des facteurs de  $f(x)$ .

La règle des signes de la multiplication permet de trouver le signe de  $f(x)$ .

x		$-\frac{1}{8}$		$\frac{4}{3}$		2	
Signe de $(x-2)$	-	-	-	-	-	0	+
Signe de $(4-3x)$	+	+	+	0	-	-	-
Signe de $(1+8x)$	-	0	+	+	+	+	+
Signe de $f(x)$	+	0	-	0	+	0	-
Position du graphe	Au dessus de l'axe des x	Sur l'axe des x	En dessous de l'axe des x	Sur l'axe des x	Au dessus de l'axe des x	Sur l'axe des x	En dessous de l'axe des x

b) La fonction  $g(x) = \frac{3x-2}{x^2-9}$  s'annule pour  $x = \frac{2}{3}$  et n'est pas définie pour  $x = 3$  ou  $x = -3$

On étudie les signes du numérateur et du dénominateur.

La règle des signes de la division et de la multiplication permet de trouver le signe de  $g(x)$ .

x		-3		$\frac{2}{3}$		3	
Signe de $(3x-2)$	-	-	-	0	+	+	+
Signe de $(x^2-9)$	+	0	-	-	-	0	+
Signe de $g(x)$	-		+	0	-		+
Position du graphe	En dessous de l'axe des x	« Asymptote »	Au dessus de l'axe des x	Sur l'axe des x	En dessous de l'axe des x	« Asymptote »	En dessous de l'axe des x