Analyse Série 3

Ne pas écrire sur l'énoncé.

Résoudre les exercices sur des feuilles quadrillées.

Répétition à plusieurs moment différents
(en classe entière, par deux, seul sans le stress de l'épreuve, seul pour réviser pour l'épreuve, etc.)
permet d'ancrer les propriétés dans la mémoire à long terme.

Exercice 1 :

Objectif de cet exercice : savoir utiliser les propriétés. Les calculs et résultats ne sont pas intéressant.
Proposition : faire l'exercice à l'oral avec une personne qui vérifie la solution.

Étant donné que

$$\lim_{x\to a} f(x) = -3 \qquad \lim_{x\to a} g(x) = 0 \qquad \lim_{x\to a} h(x) = 8$$

Calculer les limites qui existent. Si la limite n'existe pas, expliquer pourquoi.

a) $\lim\limits_{x\to a} [f(x) + g(x)]$

b) $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^2$

c) $\lim\limits_{x\to a} \sqrt[3]{h(x)}$

d) $\lim\limits_{x\to a} \frac{1}{f(x)}$

e) $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$

f) $\lim\limits_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)}$

g) $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{h(x)}$

h) $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)+3}{h(x)}$

i) $\lim\limits_{x\to a} \frac{2\cdot f(x)}{h(x)-g(x)}$

Exercice 2 : Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{3x^2-x^2+2}{x^2+x+1}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} (x^2 + x + 2)$

c) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{4x^2+8x}{2x+3}$

d) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ avec $f(x) = \begin{cases} 7x-1, si\ x < 2 \\ x^2+8, si\ x \geq 2 \end{cases}$

Méthode de travail :

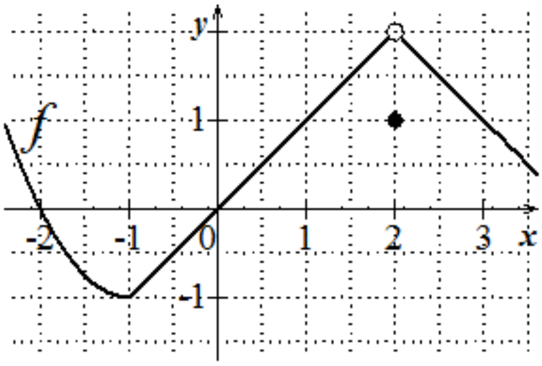
Ne pas oublier de noter le numéro de l'exercice et de la série sur vos feuilles quadrillées.

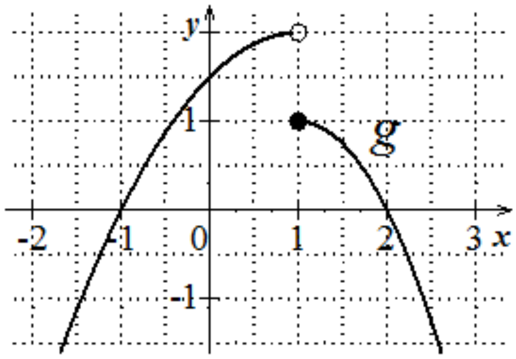
Après chaque question, vérifier les solutions en fin de série pour ne pas ancrer de mauvais réflexes.

En cas de fautes : Regarder les exemples de la théorie ou des exercices correspondant qui ont été corrigés.
Si vous ne comprenez toujours pas, notez la question et la réponse obtenue.

Exercice 3 : *Le but de cet exercice est d'utiliser les propriétés des limites en vérifiant les hypothèses.*

Voici les courbes représentatives de f et g :





Calculer les limites qui existent. Si la limite n'existe pas, expliquer pourquoi.

a) $\lim\limits_{x\to 2^-} [f(x)+g(x)]$

b) $\lim\limits_{x\to 2^+} [f(x)+g(x)]$

c) $\lim\limits_{x\to 2} [f(x)+g(x)]$

d) $\lim\limits_{x\to 0} [f(x)\cdot g(x)]$

e) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{f(x)}{g(x)}$

f) $\lim\limits_{x\to 2} (x^3\cdot f(x))$

Exercice 4 :

N'oubliez pas la première étape.

Calculer, <u>si elles existent</u>, les limites suivantes. Si elles n'existaient pas, expliquer pourquoi en calculant la limite à gauche et la limite à droite.

a) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{(x-4)(x-3)}{x-4}$

b) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x-1}$

c) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x^2+4x+4}{x^2+5x+6}$

d) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{2x^2-5x+2}{x^2+2x-8}$

e) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{3}} \frac{3x^2-4x+1}{3x^2-10x+3}$

f) $\lim\limits_{x\to 6} \frac{x^2-6x}{2x^2-11x-6}$

g) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^3-3x+2}{2x^3-3x^2+1}$

h) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x^3-x^2-16x+16}{x^2+3x-4}$

Besoin d'entrainement pour les identités remarquables ?
<u>http://www.gomaths.ch/</u> *->Algèbre -> Calcul littéral -> produits (identités) remarquables*

Plus de calcul de limites ? Voir CRM n°25, p. 46 ex 2.2

Exercice 5 : Déterminer par calcul, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}$

b) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2+10x-24}{x^2-19x+34}$

c) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^3+x-2}{2x-2}$

d) $\lim\limits_{x\to a} \frac{x^3-a^3}{x^2-a^2}$

e) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{2x^2-11x+9}{x^2-1}$

f) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \frac{2x-1}{(x+1)^2-(x-2)^2}$

Exercice 6 : Déterminer par calcul, si elles existent les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{x}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{a-\sqrt{a^2-x^2}}{x}$

d) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \frac{-x+0{,}5}{\sqrt{2x}-1}$

e) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$

f) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-\sqrt{x+2}}$

Plus d'exercices ? Voir CRM n°25, p.47, ex 2.5 et 2.6.

Exercice 7 :

a) Dans un repère orthonormé (1 unité = 2 largeurs de carré), tracer le plus précisément possible la fonction

$$f(x) = \begin{cases} x+1, si\ x<1 \\ \frac{3}{2}, si\ x=1 \\ -\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}, si\ x>1 \end{cases}$$

b) Déterminer <u>par calcul et graphiquement</u> : $f(1)$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

Oui, les deux ! <u>Algébriquement et graphiquement</u> ! Parce qu'il est important de faire le lien entre les deux. Il faut de la cohérence entre les deux représentations d'une même fonction.

Exercice 8 : Soit la fonction

$$f(x) = \frac{x^2-1}{|x-1|}$$

a) Calculer $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

b) Est-ce que $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ existe ?

c) Dans un repère orthonormé (1 unité = 2 largeurs de carré), tracer le plus précisément possible la fonction f

Plus d'exercices de limites avec des valeurs absolues ?
Voir livre d'analyse p. 53 ex 2.32 7) et 8).

Réponses Analyse Série 3 :

Exercice 1 :

a)-3 b) 9 c) 2 d) -1/3 e) impossible f) 0 g) -3/8 h)0 i) -3/4

Exercice 2 :

a) $\frac{4}{3}$ b) 2 c) 0 d) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ n'existe pas car $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 13 \neq \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 12$

Exercice 3 :

a) $\lim\limits_{x\to 2} \big(f(x) + g(x)\big) = \lim\limits_{x\to 2} f(x) + \lim\limits_{x\to 2} g(x) = 2 + 0 = 2$

b) 2 c) 2 d) 0 e) n'existe pas f) 16

Exercice 4 :

a) 1 b) 3 c) 0 d) 1/2 e) 1/4 f) 6/13 g) 1
h) -6

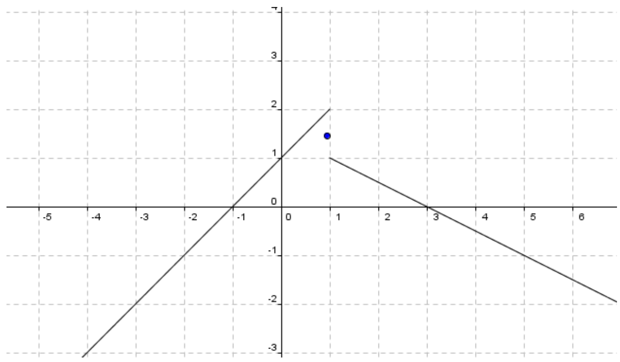
Exercice 5 :

a) -1 b) $-\frac{14}{15}$ c) 2 d) $\frac{3a}{2}$ e) $-7/2$ f) $\frac{1}{3}$

Exercice 6:

a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 0 d) -1 e) $-\frac{1}{3}$ f) $\frac{8}{9}$

Exercice 7:



b) $f(1) = 1{,}5$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 2$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 1$ donc $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ n'existe pas

Exercice 8:

a) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -2$ $\lim\limits_{x\to +} f(x) = 2$

b) non car la limite à gauche est différente de la limite à droite