

Analyse Série 5 :

Ne pas écrire sur l'énoncé. Résoudre les exercices sur des feuilles quadrillées

Exercice 1 : Déterminer par calcul, si elles existent, les limites suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+3x+6}{x^2+4x+4} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+1}{(x-3)^3} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x^2+2x+1} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{x^2-4} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{-3}{4x^2+4x+1} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{(x-1)(x^2-x+1)} \end{array}$$

Plus d'exercices ? Voir livre d'Analyse, CRM n°25, ex 2.32, p.52

Exercice 2 : Déterminer par calcul, si elles existent, les limites suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-7x}{5x^2+x-1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+x}{3x-2} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x-1|}{2x-2} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x^2-4x+3} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)^2}{-2x^2+5x} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x-3|^3}{3x-9} \end{array}$$

Plus d'exercices ? Voir livre d'Analyse, p.53-54, ex 2.35 et 2.36

Exercice 3 :



- 1) Déterminer le domaine de définition, le(s) zéro(s) et l'ordonnée à l'origine des fonctions suivantes.
- 2) Déterminer, si elles existent, toutes les asymptotes (verticales, horizontales et obliques) des fonctions suivantes.
- 3) Étudier le signe des fonctions suivantes à l'aide d'un tableau de signes
- 4) Esquisser le graphique de chacune des fonctions suivantes avec leurs asymptotes.

$$\text{a) } f(x) = \frac{-2x-4}{x-1}$$

$$\text{g) } f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{x+3}{x+3}$$

$$\text{h) } f(x) = \frac{2x^2-9}{x^2-9}$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{x+4}{x-2}$$

$$\text{i) } f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$$

$$\text{d) } f(x) = x^3 - x$$

$$\text{j) } f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x+1}$$



$$\text{e) } f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x}$$

$$\text{k) } f(x) = \frac{x+3}{x^2+4x+3}$$

$$\text{f) } f(x) = \frac{-x^2-2x-1}{x+3}$$



- 5) Que pouvez-vous énoncer comme règles concernant les asymptotes verticales, horizontales et obliques des fonctions polynômiales et rationnelles grâce aux cas particulier ci-dessus ?

Plus d'exercices ? Livre d'Analyse, p. 54-55 exercice 2.38, 2.39 & p.57 exercice 2.50

Exercice 4 : Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + 3x - 1)$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - x - 13}{x^3 + 5x^4 - 2x}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^8}{(x+3)^8}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1 + x^2 - x^4 + 3x^5}{x^5 - x^3 + 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 8x^2 + 2}{x^2 + 5x}$

Exercice 5 : Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$

b) $\lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{x+4}{\sqrt{x+4}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x}}{x-1}$

Plus d'exercices ? Livre d'Analyse, p.47, exercice 2.5

Exercice 6 : Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+4)}{x^2-4}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x^3 + 5x^2 - 1}{x^7 + 2x^6 + x^3}$

l) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x+7}{x^2-2x+1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 4x - 7)$

h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{(x-1)^2}$

m) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+1}{|x^2-4|}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{x+1}$

i) $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{\sqrt{x+3}}{x+3}$

n) $\lim_{x \rightarrow -11} \frac{x^2+4x-77}{x^2+14x+33}$

d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+3x+6}{(x+2)^2}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^2+8x+7}{x^4+x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-3x+2}{(x-1)^2}$

k) $\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x^2-6x}{2x^2-11x-6}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+6}{2x-1}$



Exercice 7 : Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(\pi-x)}{x^2-\pi^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-2x+6} - \sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5x-2}{x-3x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+x^2-5x+3}{x^2-2x+1}$

Plus d'exercices ? Livre d'Analyse p.57 exercice 2.49 & p. 47 exercice 2.4

Exercice 8 : Soit $f(x) = x^2$

a) Simplifier la fraction rationnelle $\frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

b) Calculer $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

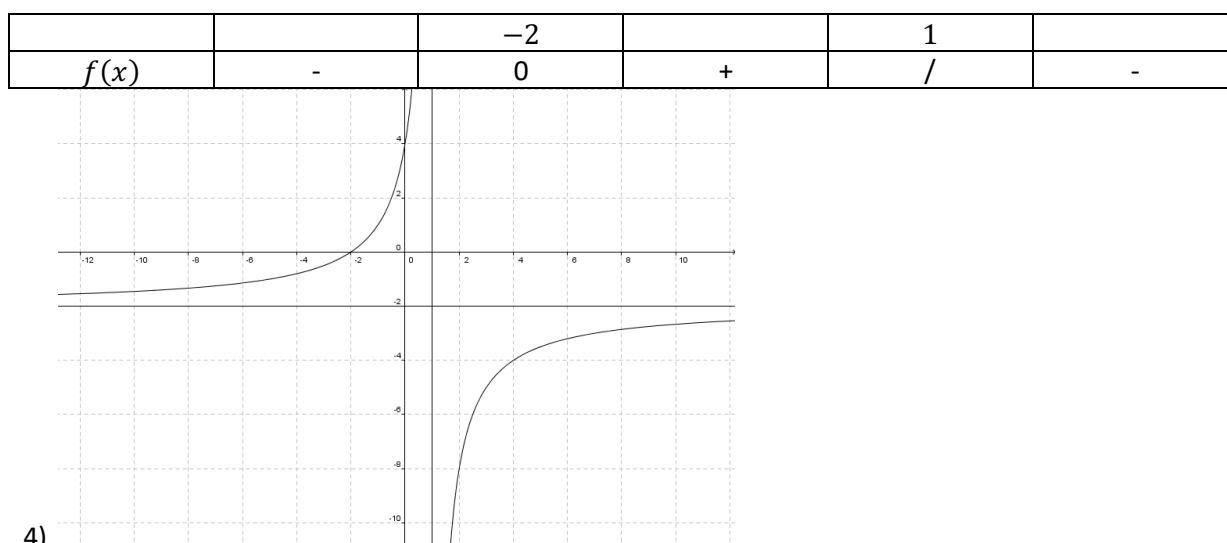
c) Interpréter graphiquement le quotient $\frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$

Que représente alors la limite de ce quotient ?

Solutions Analyse Série 5

Exercice 1:a) $+\infty$ b) n'existe pas c) n'existe pas d) $-\infty$ e) n'existe pas f) 3**Exercice 2:**a) $\frac{2}{5}$ b) 0 c) $-\infty$ d) $-\frac{1}{2}$ e) $-\frac{1}{2}$ f) $+\infty$ **Exercice 3:**a) 1) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $Z_f = \{-2\}$ $f(0) = 4$ 2) A.V. en $x = 1$; A.H. en $y = -2$

3)

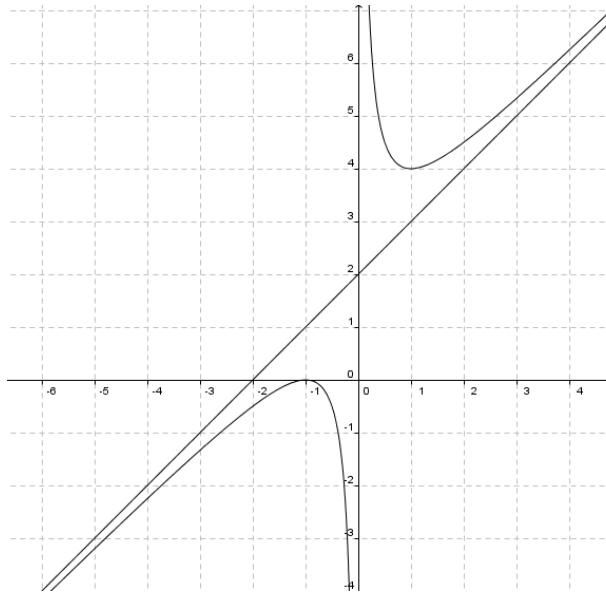


4)

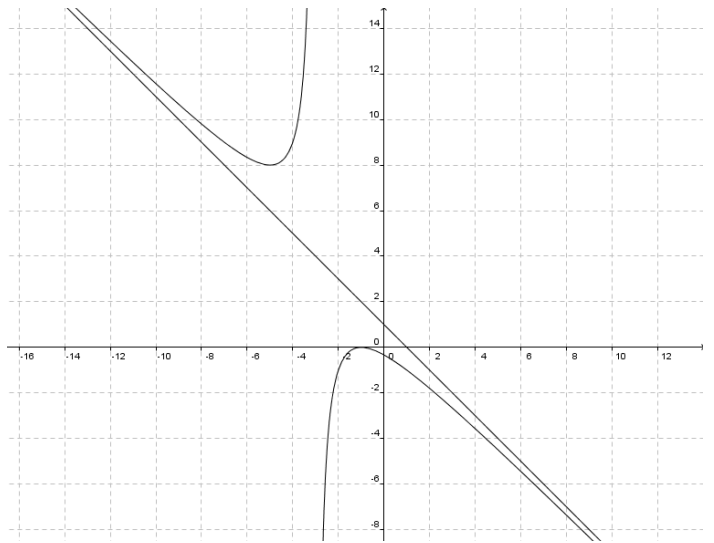
Pour les fonctions suivantes, je vous conseille d'aller sur internet télécharger le programme gratuit "Geogebra". Il vous permet de représenter les différentes fonctions de l'exercices et ainsi vous pourrez vérifier les différents points demandés. Une version du logiciel peut s'utiliser en ligne, sans à devoir le télécharger.

	D_f	$f(0)$	Z_f	A.V.	A.H.	A.O.
a)	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$	4	-2	$x = 1$	$y = -2$	/
b)	$\mathbb{R} \setminus \{-3\}$	1	\emptyset	/	/	/
c)	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$	-2	-4	$x = 2$	$y = 1$	/
d)	\mathbb{R}	0	$-1; 0; 1$	/	/	/
e)	\mathbb{R}^*	/	-1	$x = 0$	/	$y = x + 2$
f)	$\mathbb{R} \setminus \{-3\}$	-1/3	-1	$x = -3$	/	$y = -x + 1$
g)	\mathbb{R}	0	0	/	$y = 0$	/
h)	$\mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$	1	$\pm \frac{3}{\sqrt{2}} = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$	$x = \pm 3$	$y = 2$	/
i)	$\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$	0	0	$x = \pm 2$	/	$y = x$
j)	$\mathbb{R} \setminus \{-1\}$	1	-1	/	/	/
k)	$\mathbb{R} \setminus \{-3; -1\}$	1	\emptyset	$x = -1$	$y = 0$	/

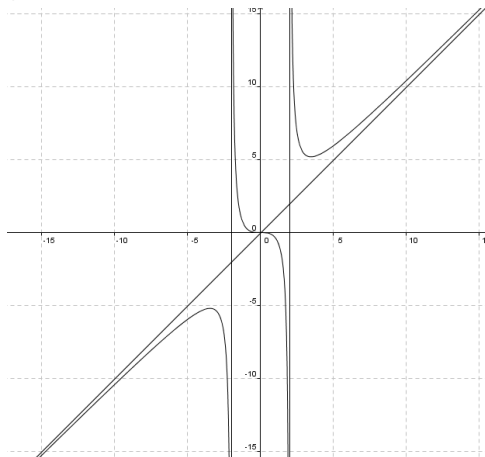
e)



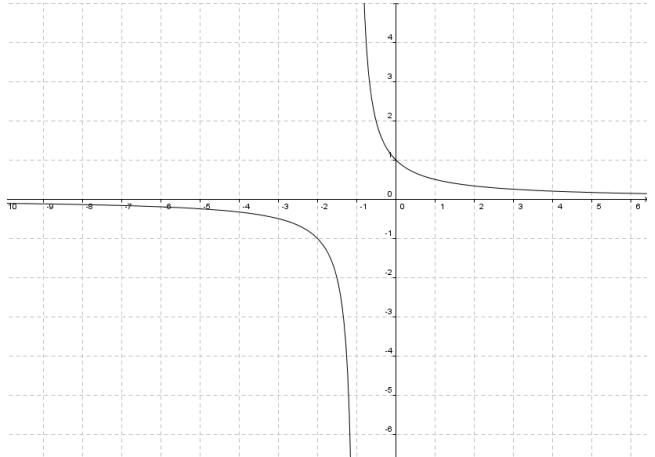
f)



i)



k)



Exercice 4:

- a) $+\infty$ b) 3 c) 0 d) $-\infty$ e) 2^8

Exercice 5:

- a) 0 b) 0 c) $1/4$ d) $-\infty$

Exercice 6:

- a) $3/2$ b) $+\infty$ c) n'existe pas d) $+\infty$ e) 3 f) $3/2$ g) $+\infty$ h) n'existe pas
 i) impossible à cause du domaine: $D =]-3; +\infty[$ j) $+\infty$ k) $6/13$ l) $+\infty$ m) $+\infty$ n) $9/4$

Exercice 7:

- a) $-\frac{1}{2\pi}$ b) $1/6$ c) 4 d) $-1/3$ e) -1

Exercice 8:

- a) $2 + \Delta x$ b) 2 c) il s'agit de la pente de la sécante à f passant par $(1; f(1))$ et $(1 + \Delta x; f(1 + \Delta x))$