

# Trigonométrie : Série 3

---

## Exercice 1 :

- a) Représenter sur un cercle trigonométrique  $\mathcal{C}$  les points correspondant aux angles suivants.

(Échelle : 12 largeurs de carrés = 1 unité)



- b) Quelle est leur mesure principale ?

|                       |                        |                        |                         |                      |                       |
|-----------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|----------------------|-----------------------|
| A : $\frac{11\pi}{6}$ | B : $\frac{25\pi}{6}$  | C : $-\frac{7\pi}{6}$  | D : $-\frac{15\pi}{6}$  | E : $\frac{8}{3}\pi$ | F : $\frac{14}{3}\pi$ |
| G : $\frac{-7\pi}{3}$ | H : $-\frac{28}{3}\pi$ | I : $\frac{303}{4}\pi$ | J : $-\frac{605}{6}\pi$ | K : $709\pi$         | L : $100\pi$          |

---

## Exercice 2 :

Les nombres réels suivants sont-ils des mesures du même angle orienté :

|   |   |  |
|---|---|--|
| a) $\frac{15\pi}{7}$ et $\frac{57\pi}{7}$ | b) $\frac{27\pi}{5}$ et $\frac{72\pi}{5}$ | c) $\frac{41\pi}{6}$ et $-\frac{19\pi}{6}$ |
|---|---|--|

---

## Exercice 3 :

Donner le signe du sinus, du cosinus et de la tangente pour chaque quadrant

Exemple : Si  $M \in I$  alors  $\cos(\alpha) > 0$  et  $\sin(\alpha) > 0$  et  $\tan(\alpha) > 0$

---

## Exercice 4 :

Déterminer dans quel quadrant se trouve un angle dont :

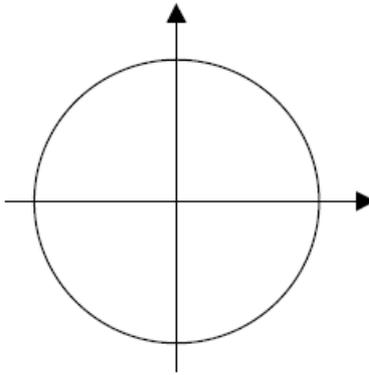
- |  |  |
|--|--|
| 1) le sinus est positif et le cosinus est négatif. | 2) la tangente est négative et le sinus est négatif.   |
| 3) le sinus est négatif et le cosinus est positif. | 4) la tangente est négative et le cosinus est positif. |
| 5) le sinus est négatif et le cosinus est négatif. | 6) la tangente est positive et le cosinus est négatif. |

---

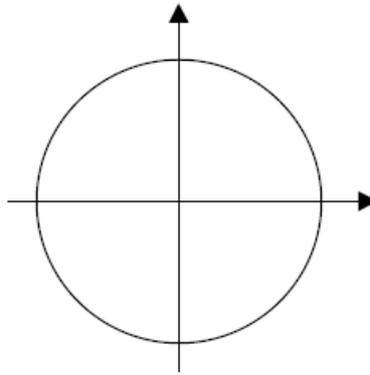
Pour les exercices 5 et 6 suivants vous dessinerez un angle  $x$  dans le premier cadran et retrouverez les différentes propriétés. L'utilisation des couleurs peut être une bonne idée pour plus de clarté

**Exercice 5 :**Exprimer en fonction de  $\sin(x)$  ;  $\cos(x)$  ;  $tg(x)$  ou  $cotg(x)$ 

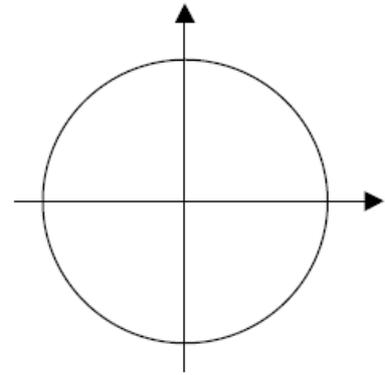
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$$



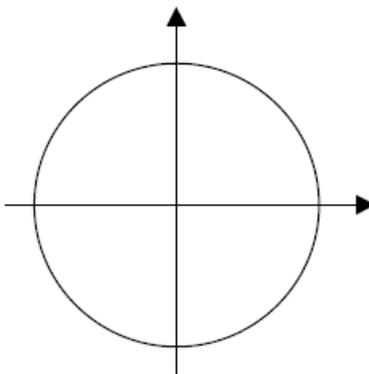
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$$



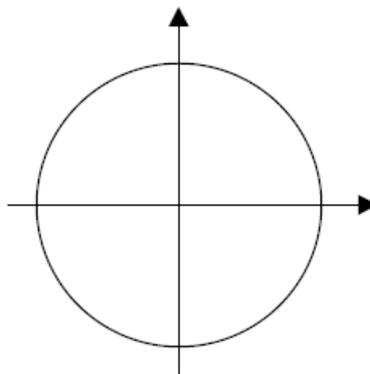
$$tg\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$$



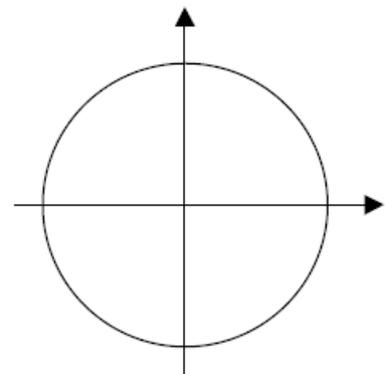
$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) =$$



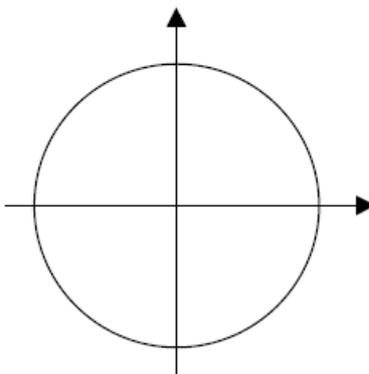
$$cotg\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$$



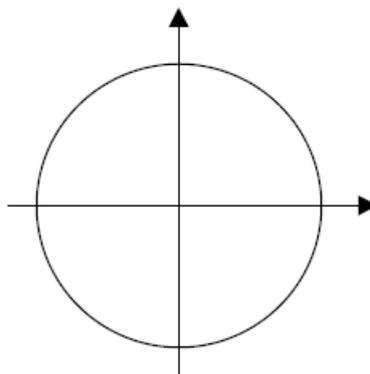
$$\cos\left(-x - \frac{\pi}{2}\right) =$$



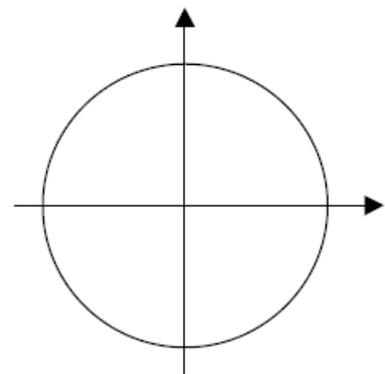
$$tg\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) =$$



$$cotg\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) =$$



$$\cos(x + 270^\circ) =$$



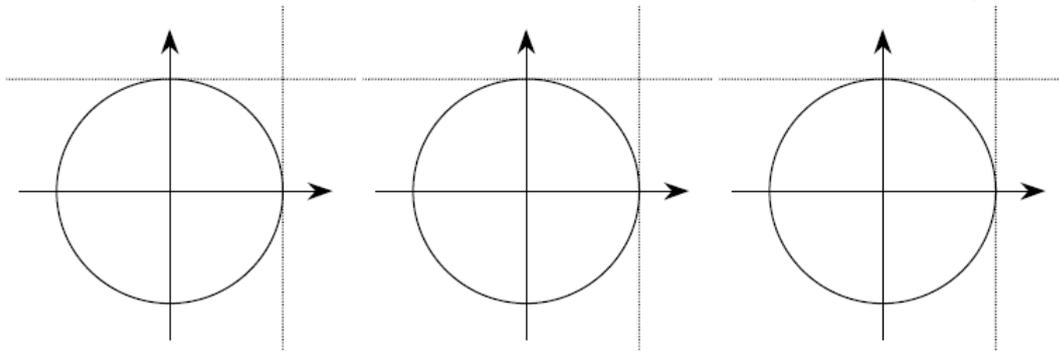
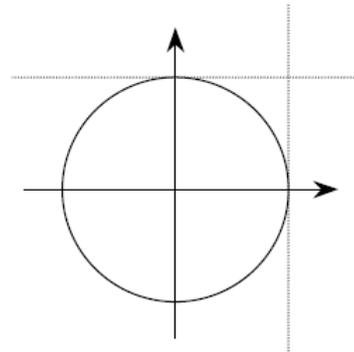
## Exercice 6 :

### Exercice n°1 :

A l'aide de schémas clairs, compléter les égalités trigonométriques ci-dessous en fonction de l'angle au centre  $\alpha$  uniquement !

#### ANGLES OPPOSES

|                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ | $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$  |
| $\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$ | $\cot(-\alpha) = -\cot(\alpha)$ |

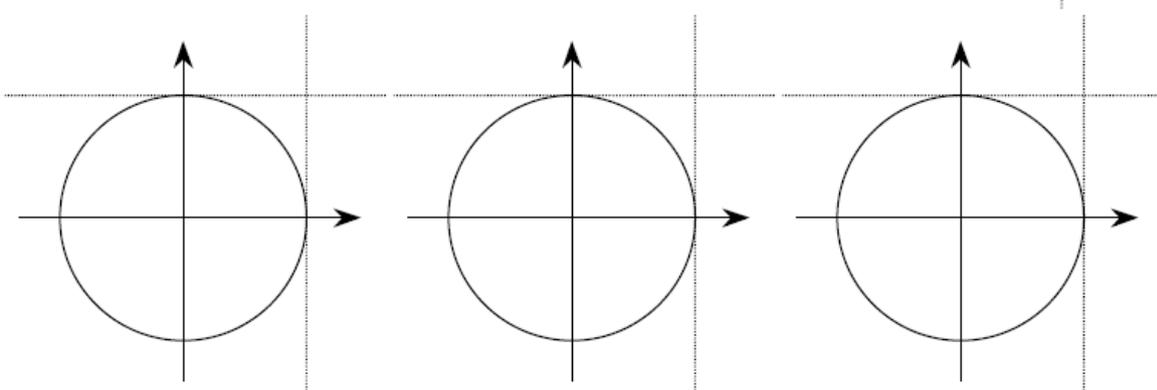
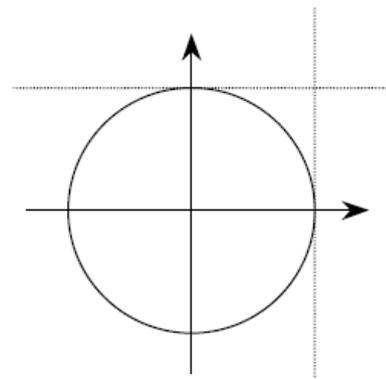


### Exercice n°2 :

A l'aide de schémas clairs, compléter les égalités trigonométriques ci-dessous en fonction de l'angle au centre  $\alpha$  uniquement !

#### ANGLES SUPPLEMENTAIRES

|                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $\sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$  | $\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$ |
| $\tan(\pi - \alpha) = -\tan(\alpha)$ | $\cot(\pi - \alpha) = -\cot(\alpha)$ |



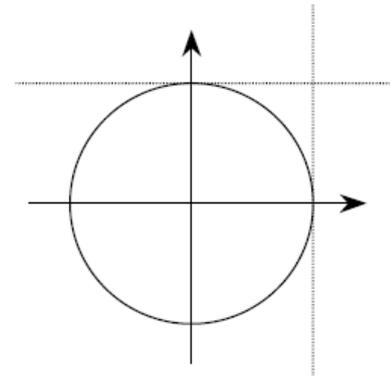
Pour gagner du temps, ainsi que des raisonnements faciles mais très répétitifs, et donc vite ennuyeux (!), nous ne ferons à présent le raisonnement que pour un angle  $\alpha$  situé dans l'un des quatre quadrants du cercle trigonométrique...

**Exercice n°3 :**

A l'aide de schémas clairs, compléter les égalités trigonométriques ci-dessous en fonction de l'angle au centre  $\alpha$  uniquement !

**ANGLES DIFFERANT DE  $\pi$  (RAD)**

|                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $\sin(\pi + \alpha) = -\sin(\alpha)$ | $\cos(\pi + \alpha) = -\cos(\alpha)$ |
| $\tan(\pi + \alpha) = \tan(\alpha)$  | $\cot(\pi + \alpha) = \cot(\alpha)$  |

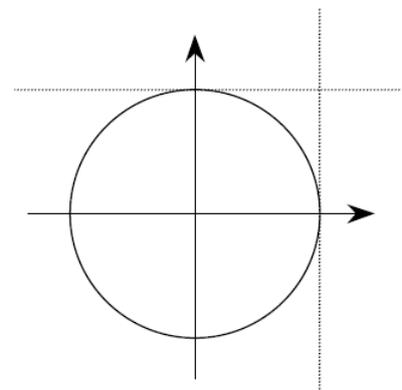


**Exercice n°4 :**

A l'aide de schémas clairs, compléter les égalités trigonométriques ci-dessous en fonction de l'angle au centre  $\alpha$  uniquement !

**ANGLES COMPLEMENTAIRES**

|  |  |
|--|--|
| $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos(\alpha)$ | $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\alpha)$ |
| $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot(\alpha)$ | $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan(\alpha)$ |

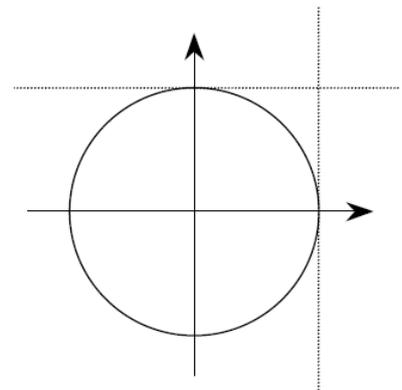


**Exercice n°5 :**

A l'aide de schémas clairs, compléter les égalités trigonométriques ci-dessous en fonction de l'angle au centre  $\alpha$  uniquement !

**ANGLES DIFFERANT DE  $\pi/2$  (RAD)**

|   |   |
|---|---|
| $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos(\alpha)$  | $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin(\alpha)$ |
| $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot(\alpha)$ | $\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan(\alpha)$ |



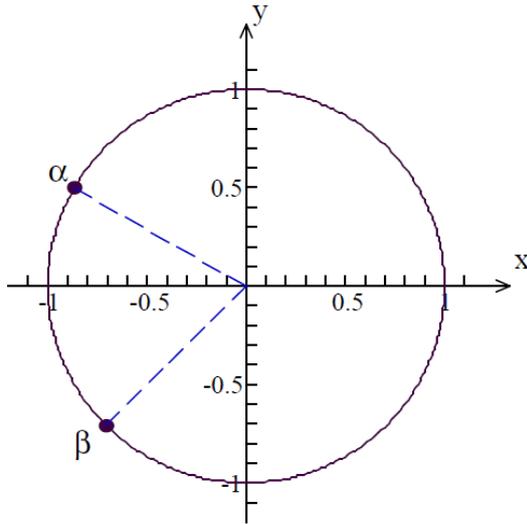
**Remarque :**

Deux angles **différant** de  $\pi$  sont deux angles dont la *différence* en valeur absolue vaut  $\pi$ .  
Deux angles **différents** de  $\pi$  sont deux angles qui ne sont pas égaux à  $\pi$ .

Les exercices 5 et 6 sont des propriétés importantes en trigonométrie que vous retrouverez dans la table CRM.

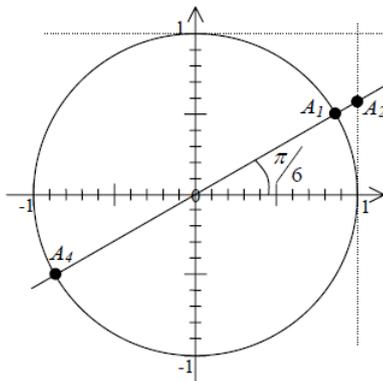
**Exercice 7 :**

Soit le cercle trigonométrique ci-dessous :

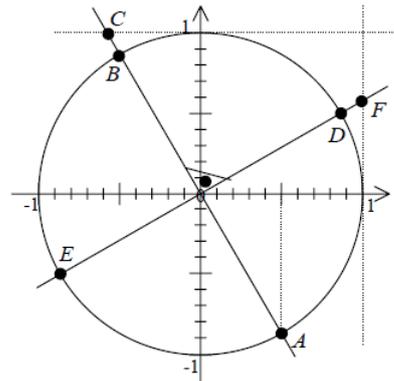


- a) Construire sur le dessin en bleu le sinus de  $\beta$  ( $\sin(\beta)$ ).
- b) Construire sur le dessin en vert le cosinus de  $\alpha$  ( $\cos(\alpha)$ ).
- c) Construire sur le dessin en jaune la tangente de  $\alpha$  ( $\tan(\alpha)$ ).
- d) Placer sur le dessin un angle  $\alpha'$  ayant le même sinus que  $\alpha$ .
- e) Placer sur le dessin un angle  $\beta'$  ayant la même tangente que  $\beta$ .

**Exercice 8 :** Quelles sont les coordonnées des points suivants ? Donner les valeurs exactes



$A_1 ; A_2 ; A_3 ; A_4$



$A ; B ; C ; D ; E ; F$

- $A_1 = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$
- $A_2 = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$
- $A_3 = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$
- $A_4 = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$
- $A = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$
- $B = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$
- $C = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$
- $D = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$
- $E = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$
- $F = ( \quad ; \quad ) = ( \quad ; \quad )$

**Exercice 9 :**

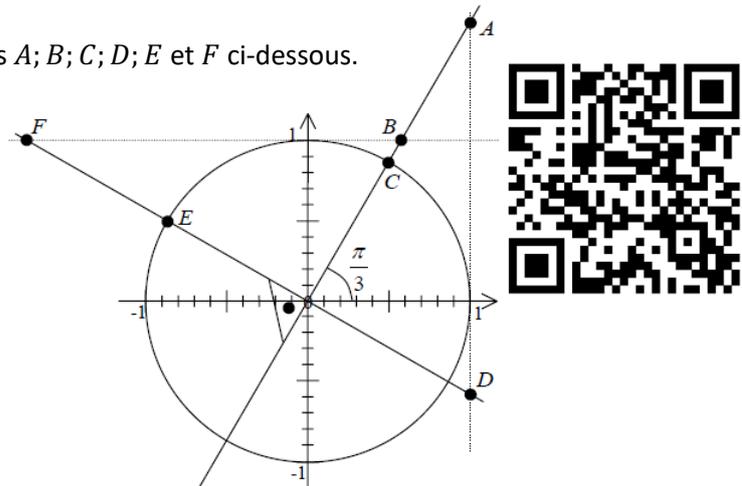
On note  $P(\alpha)$  un point du cercle trigonométrique dont la mesure principale de l'angle est représentée par  $\alpha$ . Si  $\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$  sont les coordonnées cartésiennes du point P, déterminer les coordonnées cartésiennes des points suivants :

- 1)  $P(\alpha + \pi)$       2)  $P(\alpha - \pi)$       3)  $P(-\alpha)$       4)  $P(\alpha + 2\pi)$       5)  $P(2\alpha)$

**Exercice 10 :**

Déterminer les coordonnées des points A; B; C; D; E et F ci-dessous.

Donner les valeurs exactes.

**Exercice 11 :**

Calculer la valeur exacte des expressions ci-dessous, sans l'aide de la calculatrice

- 1)  $\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)$       2)  $\sin^2\left(\frac{35\pi}{6}\right) + \cos^2\left(\frac{35\pi}{6}\right)$       3)  $\sin^2(201\pi) + \cos^2(201\pi)$

Quelle conjecture formuleriez-vous à propos des trois exemples ci-dessus.

**Exercice 12 :**

Sans calculatrice, calculer la valeur exacte du sinus, du cosinus et de la tangente des angles suivants :

- 1)  $\frac{5\pi}{3}$       2)  $\frac{41\pi}{4}$       3)  $101\pi$       4)  $-\frac{5\pi}{4}$   
 5)  $\frac{19\pi}{3}$       6)  $-\frac{51\pi}{4}$       7)  $\frac{303\pi}{4}$       8)  $-\frac{605\pi}{6}$

**Exercice 13 :**

Représenter sur un cercle trigonométrique les angles  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :

a)  $\sin(\alpha) = -0,6$  et  $\cos(\alpha) = 0,8$

b)  $\sin(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  et  $\cos(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Exercice 14 :**

Calculer la valeur exacte des expressions ci-dessous, sans l'aide de la calculatrice

$$1a) \frac{\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)}{\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} \quad 1b) \tan\left(-\frac{3\pi}{4}\right) \quad 2a) \frac{\sin\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right)} \quad 2b) \tan\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right)$$

Quelle conjecture formuleriez-vous à propos des deux exemples ci-dessus.

**Exercice 15 :**

Compléter avec les **valeurs exactes**

| $x$       | 0 | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\pi$ | $-\frac{3\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{4}$ | $-\frac{3\pi}{4}$ | $-\frac{5\pi}{4}$ | $-\frac{7\pi}{4}$ | $-\frac{\pi}{6}$ | $-\frac{5\pi}{6}$ | $-\frac{7\pi}{6}$ | $-\frac{\pi}{3}$ | $-\frac{2\pi}{3}$ | $-\frac{4\pi}{3}$ | $-\frac{5\pi}{3}$ |
|-----------|---|------------------|--------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $\cos(x)$ |   |                  |        |                   |                  |                   |                   |                   |                  |                   |                   |                  |                   |                   |                   |
| $\sin(x)$ |   |                  |        |                   |                  |                   |                   |                   |                  |                   |                   |                  |                   |                   |                   |

**Exercice 16 :**

Compléter à l'aide des **valeurs exactes** du cosinus et du sinus, ainsi que des formules rappelées dans la théorie :

| $x$         | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\frac{7\pi}{6}$ | $\frac{11\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{4\pi}{3}$ | $\frac{5\pi}{3}$ |
|-------------|---|-----------------|-------|------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|------------------|------------------|-------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|
| $\tan(x)$   |   |                 |       |                  |                 |                  |                  |                  |                 |                  |                  |                   |                 |                  |                  |                  |
| $\cotan(x)$ |   |                 |       |                  |                 |                  |                  |                  |                 |                  |                  |                   |                 |                  |                  |                  |

**Exercice 17 :**

Vous connaissez les valeurs exactes de  $\sin(x)$  ;  $\cos(x)$  et  $\tan(x)$  pour

$$x = 0 = \frac{0 \cdot \pi}{12} ; \quad x = \frac{\pi}{6} = \frac{2 \cdot \pi}{12} ; \quad x = \frac{\pi}{4} = \frac{3 \cdot \pi}{12} ; \quad x = \frac{\pi}{3} = \frac{4 \cdot \pi}{12} \quad \text{et} \quad x = \frac{\pi}{2} = \frac{6 \cdot \pi}{12} .$$

On désire calculer les valeurs exactes de ces fonctions en  $x = \frac{n \cdot \pi}{12}$  pour n'importe quel entier  $n$ .

Donnez les valeurs exactes de :

$$\begin{array}{llll} A = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) & B = \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) & C = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) & D = \tan\left(\frac{\pi}{12}\right) \\ E = \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right) & F = \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right) & G = \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) & H = \sin\left(\frac{5 \cdot \pi}{12}\right) \\ I = \cos\left(\frac{5 \cdot \pi}{12}\right) & J = \tan\left(\frac{5 \cdot \pi}{12}\right) & K = \sin\left(\frac{7 \cdot \pi}{12}\right) & L = \cos\left(\frac{11 \cdot \pi}{12}\right) \end{array}$$

**Exercice 18 :**

Remplissez le tableau suivant avec des valeurs exactes. Vérifiez vos résultats avec la calculatrice.

| $x$       | 0 | $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{2 \cdot \pi}{12}$ | $\frac{3 \cdot \pi}{12}$ | $\frac{4 \cdot \pi}{12}$ | $\frac{5 \cdot \pi}{12}$ | $\frac{6 \cdot \pi}{12}$ |
|-----------|---|------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $\sin(x)$ |   |                  |                          |                          |                          |                          |                          |
| $\cos(x)$ |   |                  |                          |                          |                          |                          |                          |
| $\tan(x)$ |   |                  |                          |                          |                          |                          |                          |

Comment obtenir les valeurs de  $\sin\left(\frac{17 \cdot \pi}{12}\right)$  et de  $\cos\left(\frac{22 \cdot \pi}{12}\right)$  ?

**Exercice 19 :**

- Effectuer les démonstrations pour les formules de la différence (voir théorie)
- Idem pour les formules de l'angle double et de l'angle triple.
- Connaissant les valeurs des fonctions trigo pour  $30^\circ$ , donner les valeurs exactes de :  
 $\sin(15^\circ)$  ;  $\cos(105^\circ)$  ;  $\tan(-15^\circ)$  ;  $\sin(195^\circ)$  ;  $\cos(-75^\circ)$  ;  $\tan(165^\circ)$
- Trouver une formule pour  $\sin(\alpha + \beta + \gamma)$  en fonction de  $\sin(\alpha)$ ,  $\cos(\alpha)$ ,  $\sin(\beta)$ ,  $\cos(\beta)$ ,  $\sin(\gamma)$  et  $\cos(\gamma)$ ,  
 Contrôler que si  $\alpha = \beta = \gamma$ , on retrouve une formule connue.

# Corrigé Trigonométrie Série 3

Exercice 1 :

$$A = -\frac{\pi}{6}, B = \frac{\pi}{6}, C = \frac{5\pi}{6}, D = -\frac{\pi}{2}, E = \frac{2\pi}{3}, F = \frac{2\pi}{3}, G = -\frac{\pi}{3}, H = \frac{2\pi}{3}, I = -\frac{\pi}{4}, J = -\frac{5\pi}{6}, K = \pi, \\ L = 0$$

Exercice 2 : a) oui b) non c) oui

Exercice 3 :

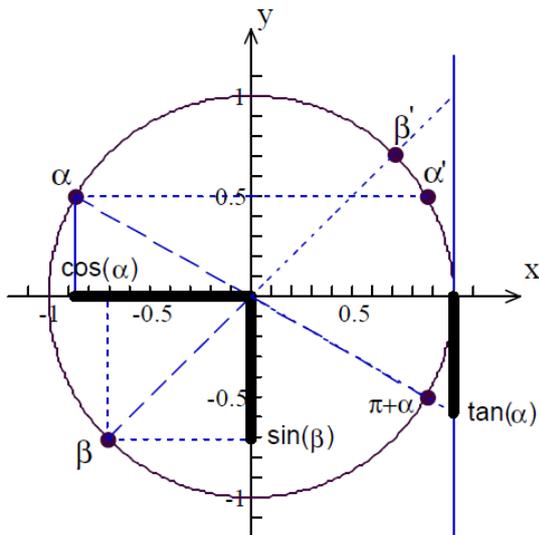
Si  $M \in I$  alors  $\cos(\alpha) > 0$  et  $\sin(\alpha) > 0$  et  $\tan(\alpha) > 0$  Si  $M \in II$  alors  $\cos(\alpha) < 0$  et  $\sin(\alpha) > 0$  et  $\tan(\alpha) < 0$

Si  $M \in III$  alors  $\cos(\alpha) < 0$  et  $\sin(\alpha) < 0$  et  $\tan(\alpha) > 0$  Si  $M \in IV$  alors  $\cos(\alpha) > 0$  et  $\sin(\alpha) < 0$  et  $\tan(\alpha) < 0$

Exercice 4 :

- |  |  |
|--|--|
| 1) le sinus est positif et le cosinus est négatif. II  | 2) la tangente est négative et le sinus est négatif. IV    |
| 3) le sinus est négatif et le cosinus est positif. IV  | 4) la tangente est négative et le cosinus est positif. IV  |
| 5) le sinus est négatif et le cosinus est négatif. III | 6) la tangente est positive et le cosinus est négatif. III |

Exercice 7 :



- Construire sur le dessin en bleu le sinus de  $\beta$  ( $\sin(\beta)$ ).
- Construire sur le dessin en vert le cosinus de  $\alpha$  ( $\cos(\alpha)$ ).
- Construire sur le dessin en jaune la tangente de  $\alpha$  ( $\tan(\alpha)$ ).
- Placer sur le dessin un angle  $\alpha'$  ayant le même sinus que  $\alpha$ .
- Placer sur le dessin un angle  $\beta'$  ayant la même tangente que  $\beta$ .

Exercice 9 :

On note  $P(\alpha)$  un point du cercle trigonométrique dont la mesure principale de l'angle est représentée par  $\alpha$ . Si  $\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$  sont les coordonnées cartésiennes du point P, déterminer les coordonnées cartésiennes des points suivants :

- $P(\alpha + \pi) := \left(-\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right)$
- $P(\alpha - \pi) := \left(-\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right)$
- $P(-\alpha) := \left(\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right)$
- $P(\alpha + 2\pi) := \left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$
- $P(2\alpha) := (0,28; 0,96)$

Exercice 11 : 1) 1 2) 1 3) 1 donc  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

## Exercice 12 :

Sans calculatrice, calculer la valeur exacte du sinus, du cosinus et de la tangente des angles suivants :

$$\begin{array}{llll}
 \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} & \sin\left(\frac{41\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} & \sin(101\pi) = 0 & \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\
 1) \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} & 2) \cos\left(\frac{41\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} & 3) \cos(101\pi) = -1 & 4) \cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\
 \tan\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\sqrt{3} & \tan\left(\frac{41\pi}{4}\right) = 1 & \tan(101\pi) = n' \text{ existe pas} & \tan\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = -1 \\
 \sin\left(\frac{19\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} & \sin\left(-\frac{51\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} & \sin\left(\frac{303\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} & \sin\left(-\frac{605\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \\
 5) \cos\left(\frac{19\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} & 6) \cos\left(-\frac{51\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} & 7) \cos\left(\frac{303\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} & 8) \cos\left(-\frac{605\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\
 \tan\left(\frac{19\pi}{3}\right) = \sqrt{3} & \tan\left(-\frac{51\pi}{4}\right) = 1 & \tan\left(\frac{303\pi}{4}\right) = -1 & \tan\left(-\frac{605\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}
 \end{array}$$

## Exercice 17 :

Il faut connaître les formules d'additions d'arcs.

$$\rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) ; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) ; \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} - 1)$$

$$B = \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} - 1)$$

$$C = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (1 + \sqrt{3})$$

$$D = \tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sin(\pi/12)}{\cos(\pi/12)} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1}{3-1} = \frac{2-2\sqrt{3}}{2} = 1-\sqrt{3} \quad \text{les deux réponses sont}$$

acceptées.

$$\rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) ; \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) ; \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$E = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{Déjà vu en } G \text{ de l'ex. 1.}$$

$$F = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$G = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)$$

$$H = \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)$$

$$F = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

$$G = \sin\left(\frac{2\cdot\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{2\cdot\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{2\cdot\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)$$

$$H = \sin\left(\frac{5\cdot\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{2\cdot\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)}}$$

$$I = \cos\left(\frac{5\cdot\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\cdot\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{6\cdot\pi}{12} - \frac{5\cdot\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} - 1)}}$$

$$J = \tan\left(\frac{5\cdot\pi}{12}\right) = \frac{\sin(5\pi/12)}{\cos(5\pi/12)} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1}{3 - 1} = \underline{\underline{2 + \sqrt{3}}}$$
 les deux réponses sont OK.

$$K = \sin\left(\frac{7\cdot\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)}}$$

Autre manière plus simple :  $K = \sin\left(\frac{7\cdot\pi}{12}\right) = \sin\left(\pi - \frac{5\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)}}$

$$L = \cos\left(\frac{11\cdot\pi}{12}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \underline{\underline{-\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)}}$$

## Exercice 18 :

| $x$       | 0 | $\frac{\pi}{12}$   | $\frac{2\cdot\pi}{12}$                  | $\frac{3\cdot\pi}{12}$                  | $\frac{4\cdot\pi}{12}$                  | $\frac{5\cdot\pi}{12}$                                       | $\frac{6\cdot\pi}{12}$ |
|-----------|---|--|---|---|---|--|------------------------|
| $\sin(x)$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} - 1)$<br>$\approx 0,259$ | 0,5                                     | $\frac{\sqrt{2}}{2}$<br>$\approx 0,707$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$<br>$\approx 0,866$ | $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)$<br>$\approx 0,966$ | 1                      |
| $\cos(x)$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} + 1)$<br>$\approx 0,966$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$<br>$\approx 0,866$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$<br>$\approx 0,707$ | 0,5                                     | $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot (\sqrt{3} - 1)$<br>$\approx 0,259$ | 0                      |
| $\tan(x)$ | 0 | $\frac{2 - \sqrt{3}}{3}$<br>$\approx 0,268$                  | $\frac{\sqrt{3}}{3}$<br>$\approx 0,577$ | 1                                       | $\sqrt{3}$<br>$\approx 1,732$           | $\frac{2 + \sqrt{3}}{3}$<br>$\approx 3,732$                  | pas défini             |

Voici comment se ramener au premier cadran :

Si  $x$  correspond à un point du 2<sup>ème</sup> cadran,  $\sin(x) = \sin(\pi - x)$  ;  $\cos(x) = -\cos(\pi - x)$

Si  $x$  correspond à un point du 3<sup>ème</sup> cadran,  $\sin(x) = -\sin(x - \pi)$  ;  $\cos(x) = -\cos(x - \pi)$

Si  $x$  correspond à un point du 4<sup>ème</sup> cadran,  $\sin(x) = -\sin(-x)$  ;  $\cos(x) = \cos(-x)$

On peut toujours utiliser :  $\sin(x) = \sin(x \pm 2 \cdot \pi)$  ;  $\cos(x) = \cos(x \pm 2 \cdot \pi)$

Vérifiez vos résultats avec la calculatrice !!!