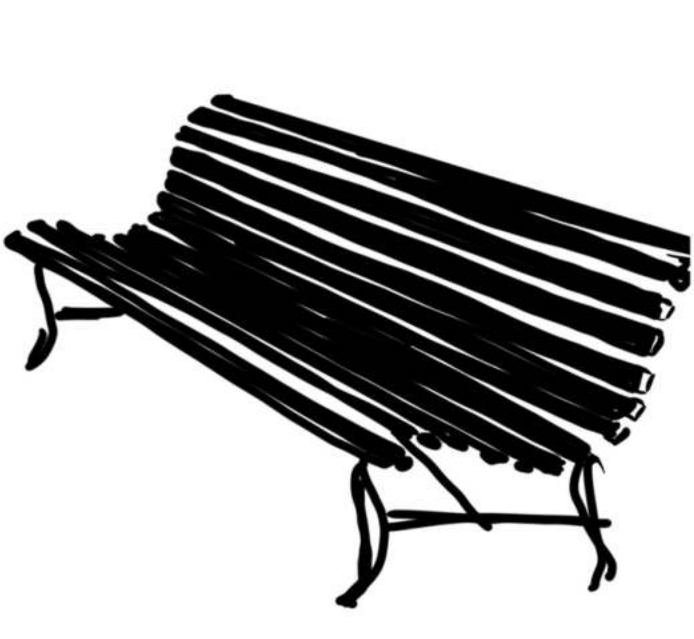
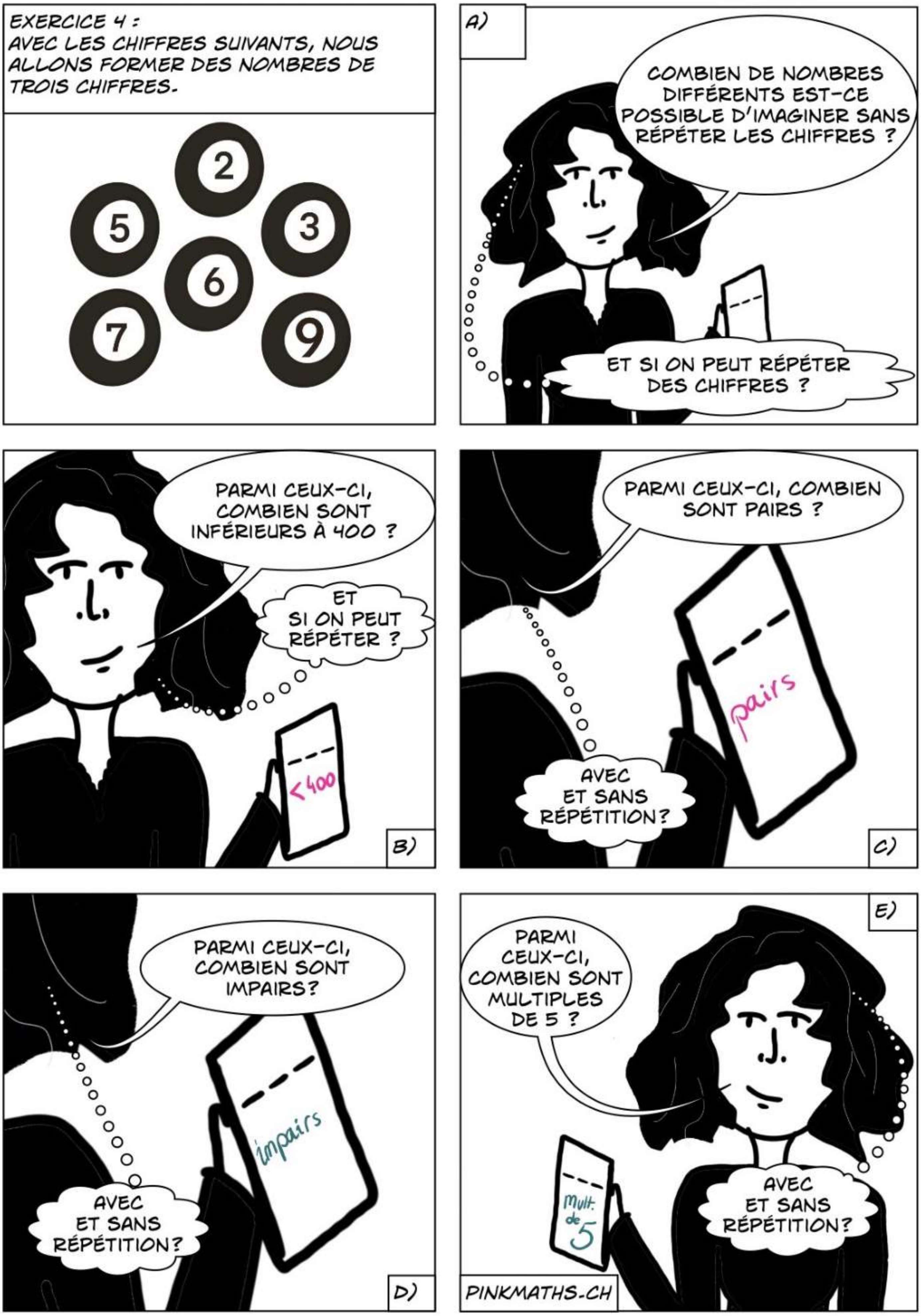
Analyse combinatoire Série 2

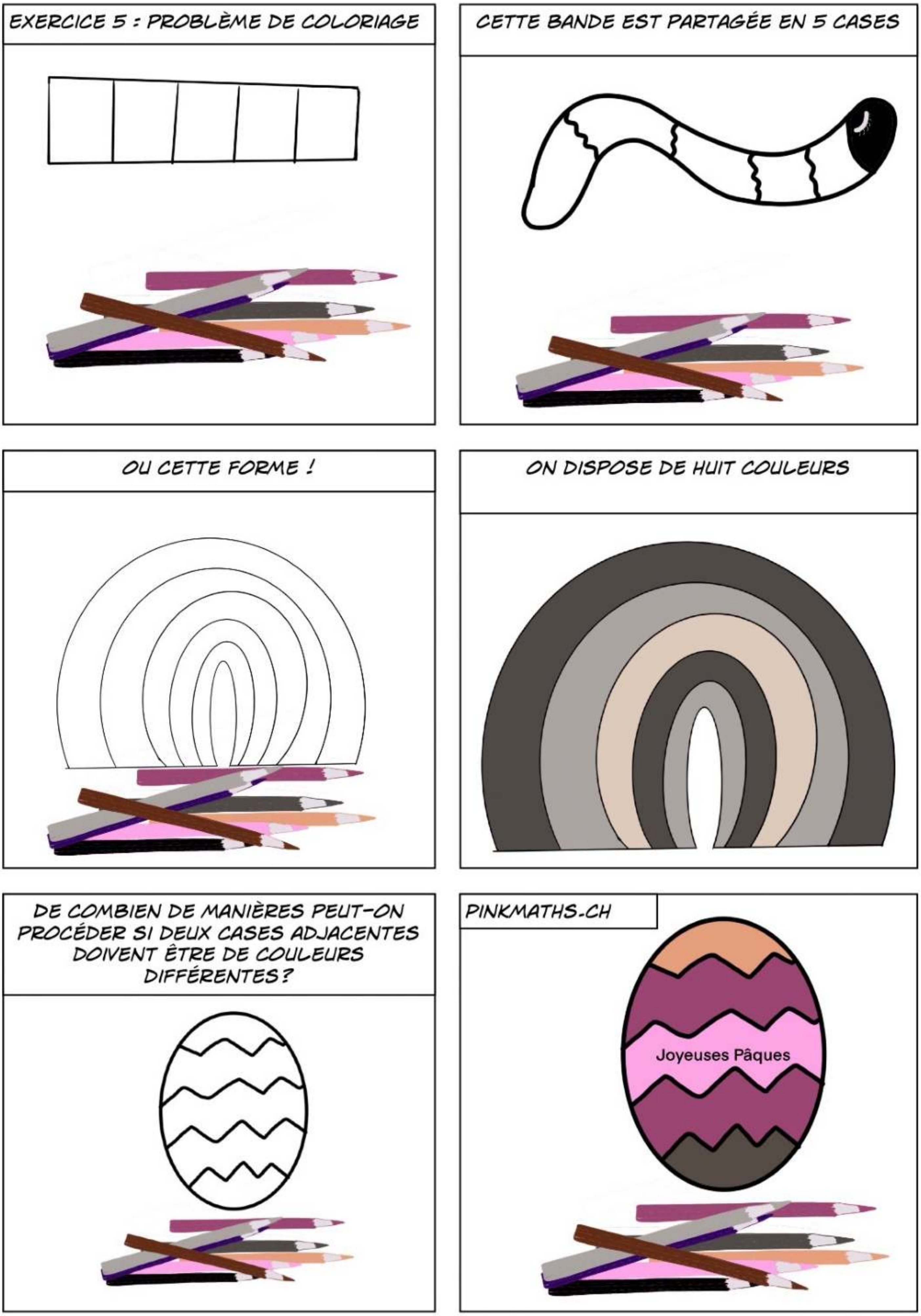


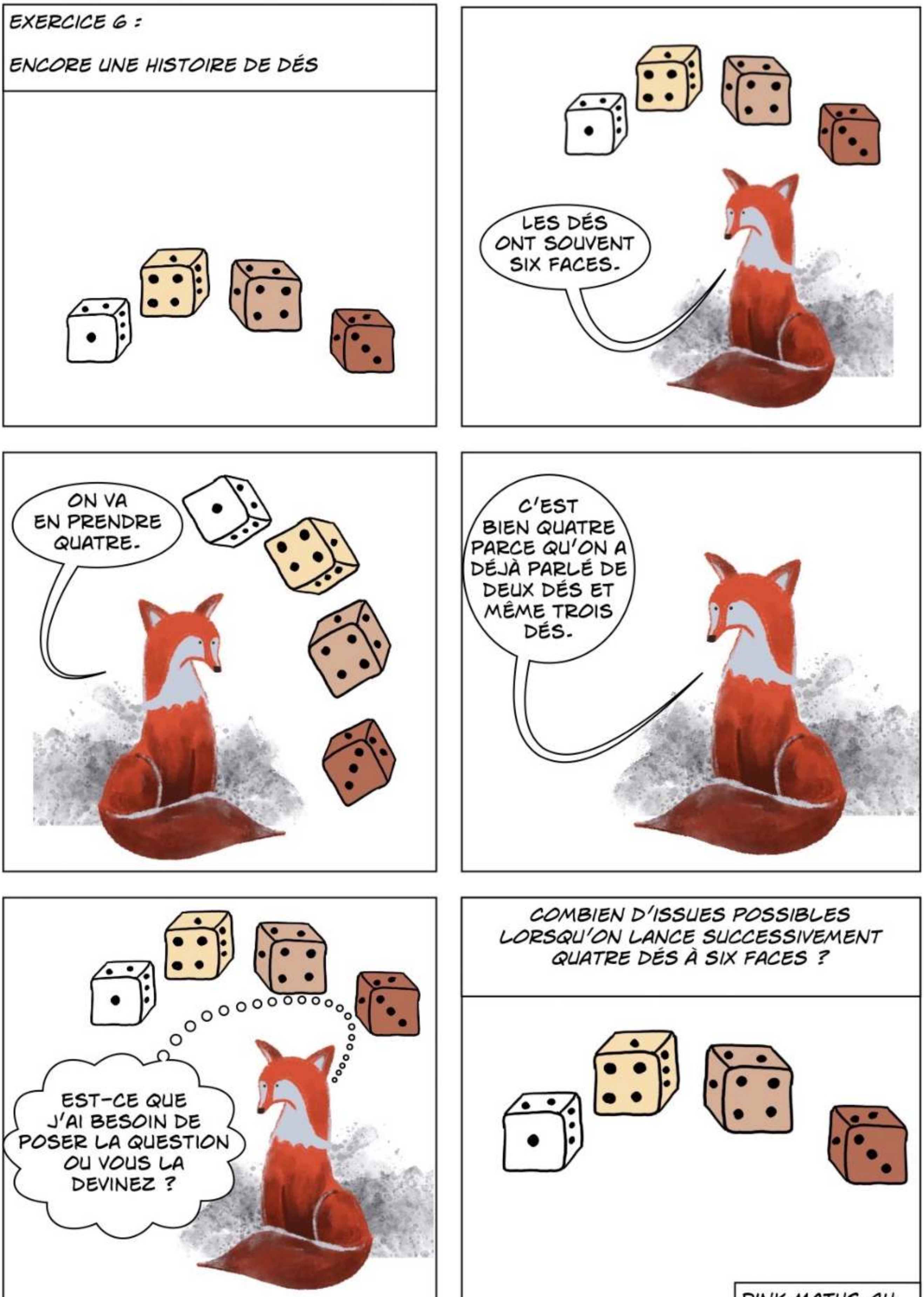

EXERCICE 1
J'AI ENCORE UNE QUESTION AVEC DES DÉS.
TOUJOURS DES DÉS À SIX FACES
SI J'EN PRENDS TROIS...
COMBIEN D'ISSUES DIFFÉRENTES EST-CE QUE CELA FAIT SI JE LES LANCE SUCCESSIVEMENT ?
LANCER SUCCESSIVEMENT SIGNIFIE QUE L'ON LANCE UN PREMIER DÉ PUIS ON LANCE UN DEUXIÈME DÉ ET FINALEMENT LE TROISIÈME.
PINKMATHS.CH

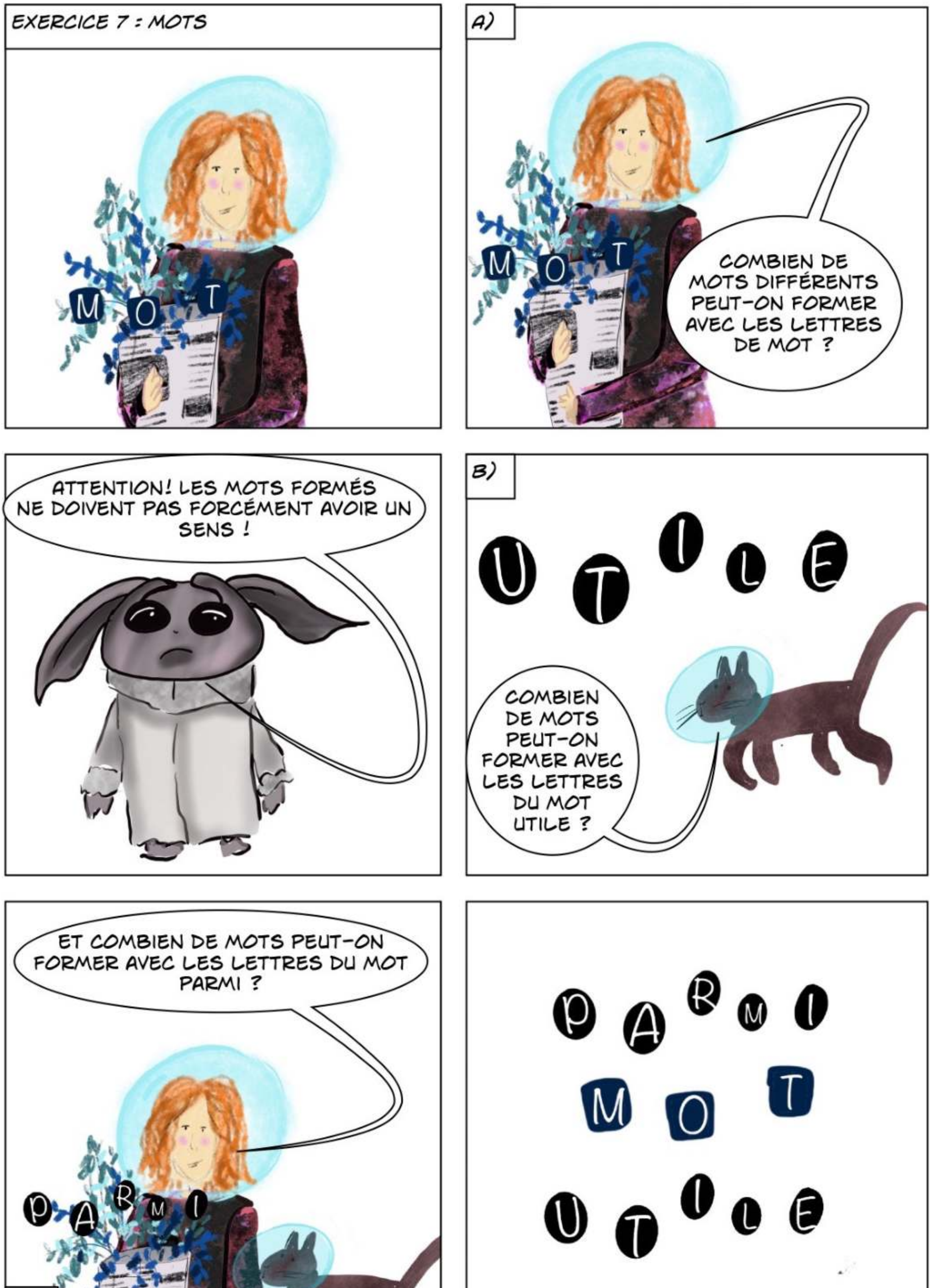

EXERCICE 2
CH 123
ON VEUT IMPRIMER UNE PLAQUE DE VOITURE
ELLE DOIT AVOIR DE GAUCHE À DROITE : DEUX LETTRES ET TROIS CHIFFRES...
CH 123
... LE PREMIER CHIFFRE EST DIFFÉRENT DE ZÉRO.
DE 665
A) À COMBIEN S'ÉLÈVE LE NOMBRE DE PLAQUES DE CE TYPE ?
CC 270
B) ET SI ON EXIGE QUE DEUX LETTRES SOIENT DIFFÉRENTES?
DE 665
PINKMATHS-CH

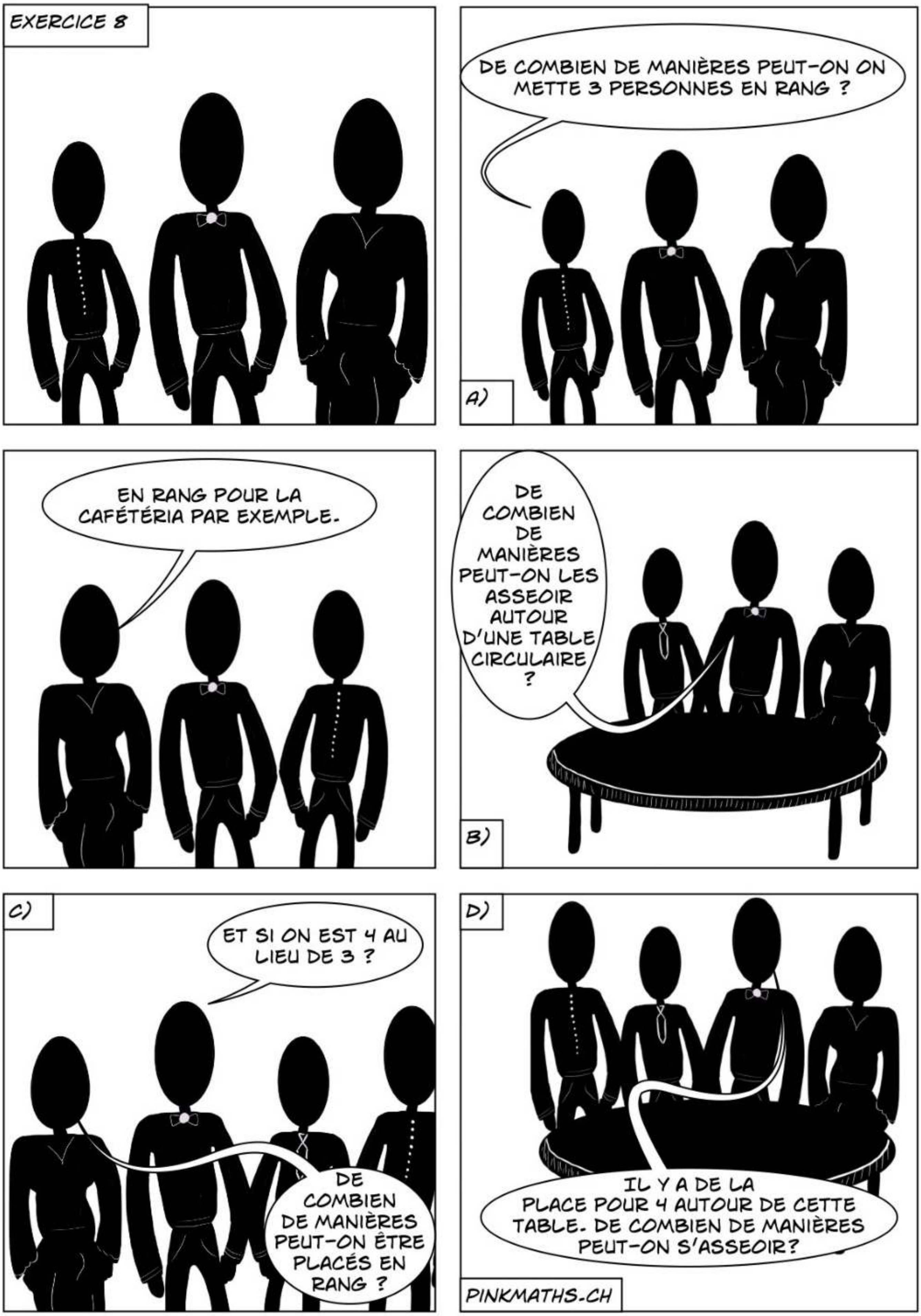

EXERCICE 3
POUR EFFECTUER UNE PREMIÈRE CLASSIFICATION DES ROCHES, ON EFFECTUE DES TESTS
COULEUR
BLANC-GRIS, JAUNE, BRUN-ROUGE, NOIR, AUTRE
DURETÉ
DUR OU MOU
BRILLANCE
BRILLANT OU MAT
COMBIEN DE CATÉGORIES DE ROCHES DIFFÉRENTES PEUT-ON FORMER À L'AIDE DE CES TROIS TESTS ?
PINKMATHS.CH

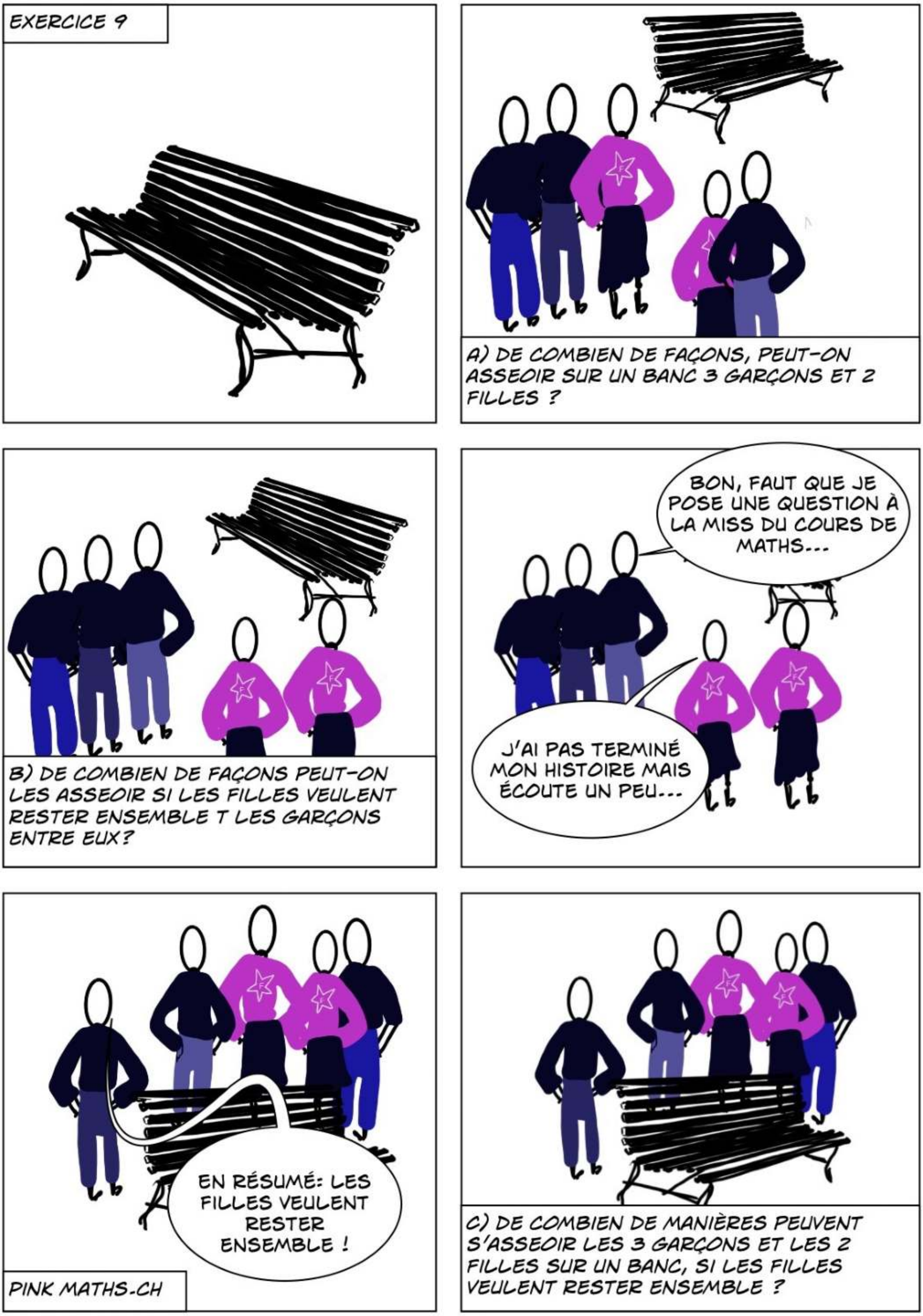

EXERCICE 4 :
AVEC LES CHIFFRES SUIVANTS, NOUS ALLONS FORMER DES NOMBRES DE TROIS CHIFFRES.
2
5
3
6
7
9
A)
COMBIEN DE NOMBRES DIFFÉRENTS EST-CE POSSIBLE D'IMAGINER SANS RÉPÉTER LES CHIFFRES ?
ET SI ON PEUT RÉPÉTER DES CHIFFRES ?
PARMI CEUX-CI, COMBIEN SONT INFÉRIEURS À 400 ?
ET SI ON PEUT RÉPÉTER ?
<400
B)
PARMI CEUX-CI, COMBIEN SONT PAIRS ?
pairs
AVEC ET SANS RÉPÉTITION?
C)
PARMI CEUX-CI, COMBIEN SONT IMPAIRS?
impairs
AVEC ET SANS RÉPÉTITION?
D)
E)
PARMI CEUX-CI, COMBIEN SONT MULTIPLES DE 5 ?
Mult. de 5
AVEC ET SANS RÉPÉTITION?
PINKMATHS.CH

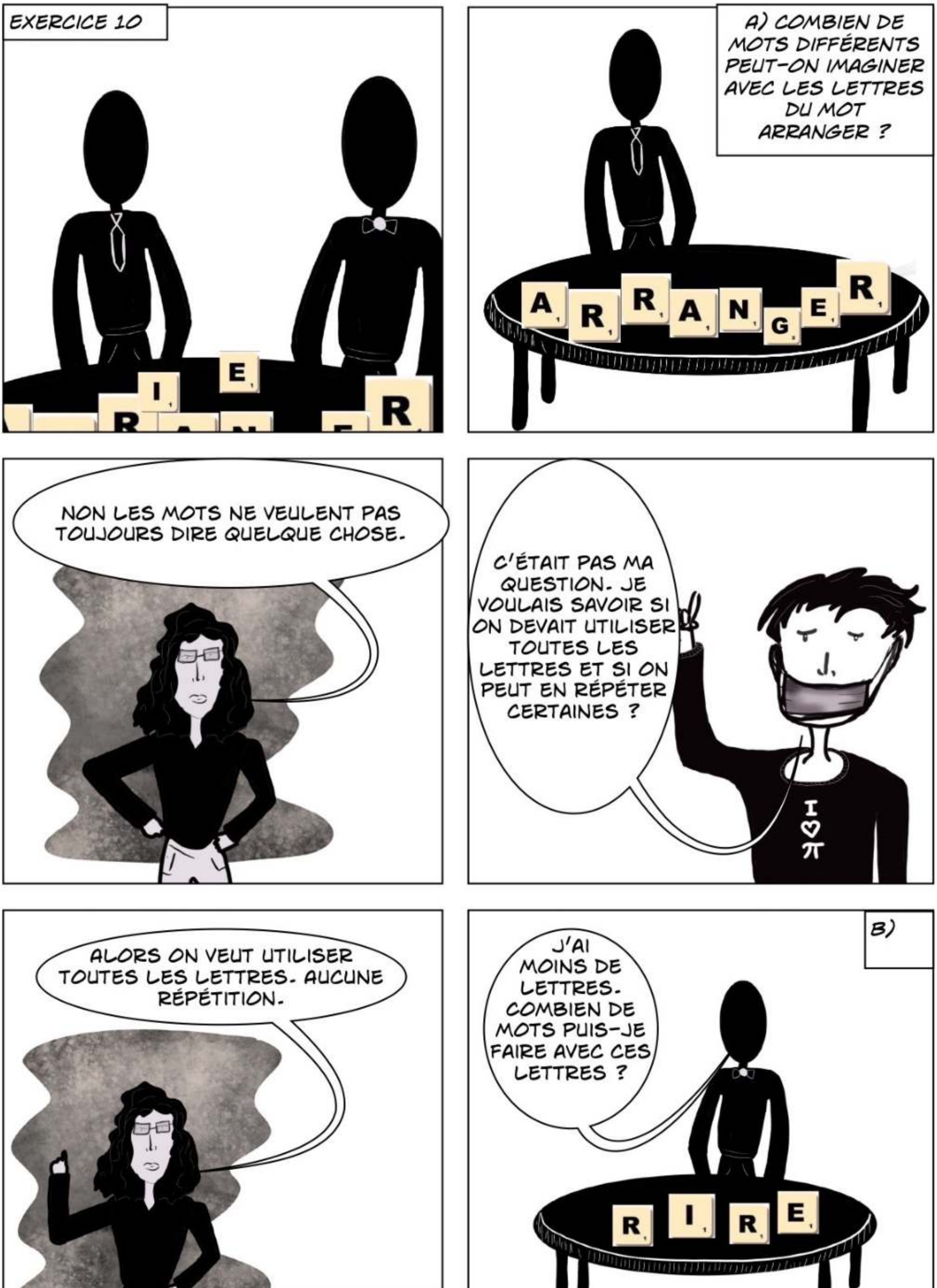

EXERCICE 5 : PROBLÈME DE COLORIAGE
CETTE BANDE EST PARTAGÉE EN 5 CASES
OU CETTE FORME !
ON DISPOSE DE HUIT COULEURS
DE COMBIEN DE MANIÈRES PEUT-ON PROCÉDER SI DEUX CASES ADJACENTES DOIVENT ÊTRE DE COULEURS DIFFÉRENTES?
PINKMATHS.CH
Joyeuses Pâques


EXERCICE 6 :
ENCORE UNE HISTOIRE DE DÉS
LES DÉS ONT SOUVENT SIX FACES.
ON VA EN PRENDRE QUATRE.
C'EST BIEN QUATRE PARCE QU'ON A DÉJÀ PARLÉ DE DEUX DÉS ET MÊME TROIS DÉS.
EST-CE QUE J'AI BESOIN DE POSER LA QUESTION OU VOUS LA DEVINEZ ?
COMBIEN D'ISSUES POSSIBLES LORSQU'ON LANCE SUCCESSIVEMENT QUATRE DÉS À SIX FACES ?
PINK MATHS.CH

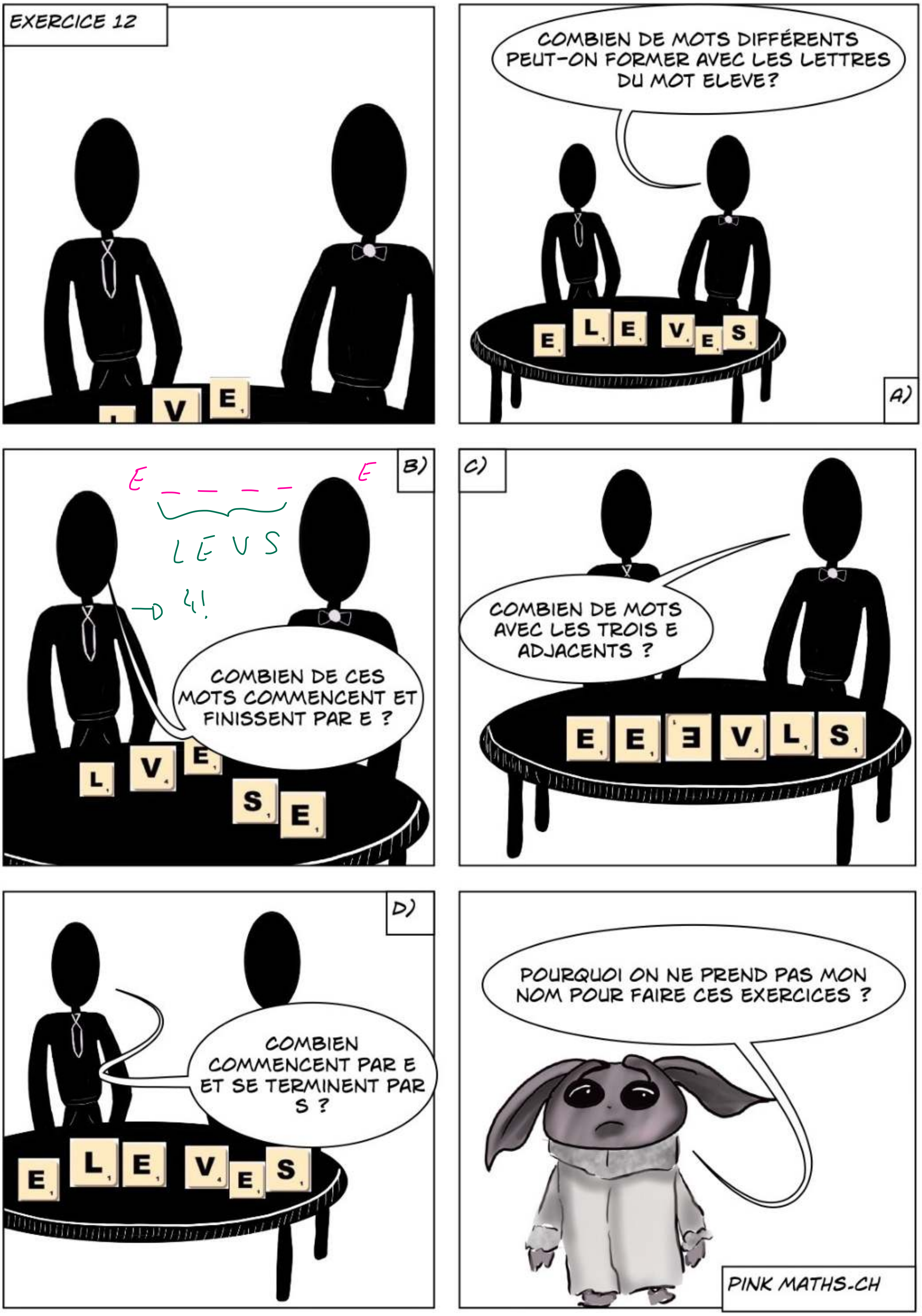

EXERCICE 7 : MOTS
M O T
A)
M O T
COMBIEN DE MOTS DIFFÉRENTS PEUT-ON FORMER AVEC LES LETTRES DE MOT ?
ATTENTION! LES MOTS FORMÉS NE DOIVENT PAS FORCÉMENT AVOIR UN SENS !
B)
U T I L E
COMBIEN DE MOTS PEUT-ON FORMER AVEC LES LETTRES DU MOT UTILE ?
ET COMBIEN DE MOTS PEUT-ON FORMER AVEC LES LETTRES DU MOT PARMI ?
P A R M I
C)
P A R M I
M O T
U T I L E


EXERCICE 8
A)
DE COMBIEN DE MANIÈRES PEUT-ON ON METTE 3 PERSONNES EN RANG ?
EN RANG POUR LA CAFÉTÉRIA PAR EXEMPLE.
B)
DE COMBIEN DE MANIÈRES PEUT-ON LES ASSEOIR AUTOUR D'UNE TABLE CIRCULAIRE ?
C)
ET SI ON EST 4 AU LIEU DE 3 ?
DE COMBIEN DE MANIÈRES PEUT-ON ÊTRE PLACÉS EN RANG ?
D)
IL Y A DE LA PLACE POUR 4 AUTOUR DE CETTE TABLE. DE COMBIEN DE MANIÈRES PEUT-ON S'ASSEOIR?
PINKMATHS.CH


EXERCICE 9
A) DE COMBIEN DE FAÇONS, PEUT-ON ASSEOIR SUR UN BANC 3 GARÇONS ET 2 FILLES ?
B) DE COMBIEN DE FAÇONS PEUT-ON LES ASSEOIR SI LES FILLES VEULENT RESTER ENSEMBLE T LES GARÇONS ENTRE EUX?
BON, FAUT QUE JE POSE UNE QUESTION À LA MISS DU COURS DE MATHS...
J'AI PAS TERMINÉ MON HISTOIRE MAIS ÉCOUTE UN PEU...
EN RÉSUMÉ: LES FILLES VEULENT RESTER ENSEMBLE !
PINK MATHS.CH
C) DE COMBIEN DE MANIÈRES PEUVENT S'ASSEOIR LES 3 GARÇONS ET LES 2 FILLES SUR UN BANC, SI LES FILLES VEULENT RESTER ENSEMBLE ?


EXERCICE 10
A) COMBIEN DE MOTS DIFFÉRENTS PEUT-ON IMAGINER AVEC LES LETTRES DU MOT ARRANGER ?
ARRANGER
NON LES MOTS NE VEULENT PAS TOUJOURS DIRE QUELQUE CHOSE.
C'ÉTAIT PAS MA QUESTION. JE VOULAIS SAVOIR SI ON DEVAIT UTILISER TOUTES LES LETTRES ET SI ON PEUT EN RÉPÉTER CERTAINES ?
ALORS ON VEUT UTILISER TOUTES LES LETTRES. AUCUNE RÉPÉTITION.
PINK MATHS-CH
B)
J'AI MOINS DE LETTRES. COMBIEN DE MOTS PUIS-JE FAIRE AVEC CES LETTRES ?
RIRE


EXERCICE 11
CH 10902100
J'AI UNE HISTOIRE DE PLAQUE !
LA PLAQUE EST SUISSE DONC ELLE COMMENCE PAR CH.
J'AI DE LA PEINE À RETENIR TOUS LES NUMÉROS DANS L'ORDRE.
CH 123
VOILÀ LA PLAQUE EN QUESTION
CH 10902100
COMBIEN DE NUMÉROS DE PLAQUES ONT EXACTEMENT CES CHIFFRES ?

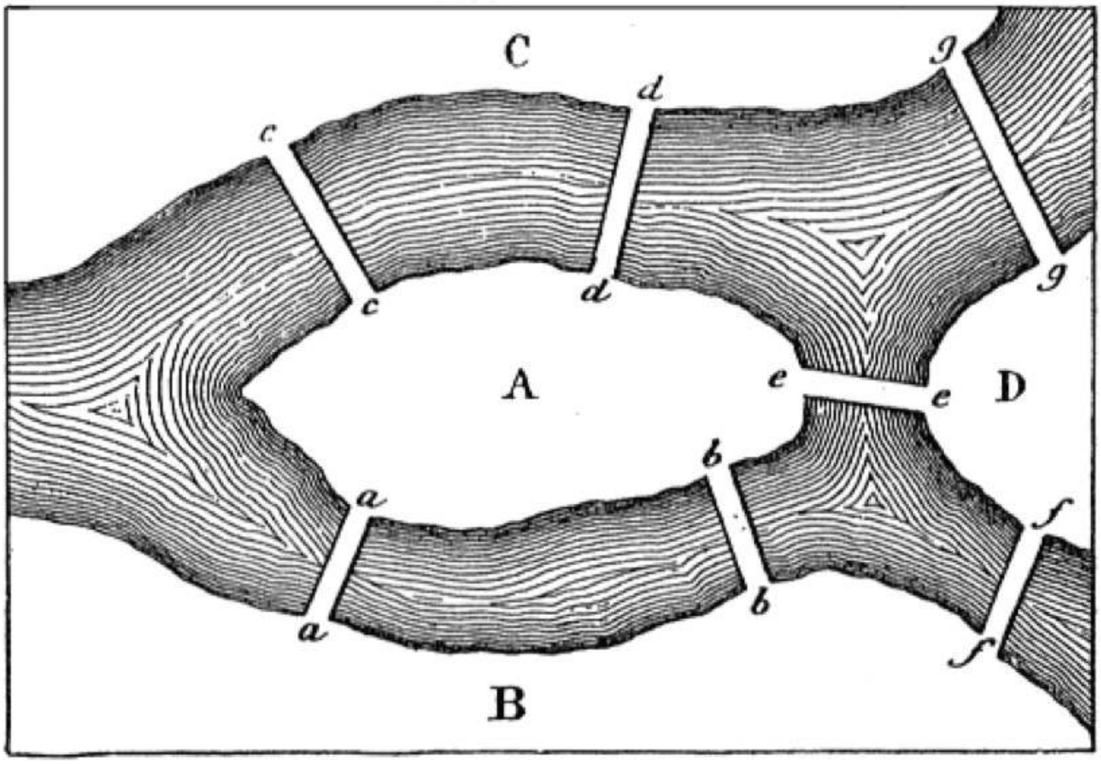

EXERCICE 12
COMBIEN DE MOTS DIFFÉRENTS PEUT-ON FORMER AVEC LES LETTRES DU MOT ELEVE?
A)
B)
E _ _ _ _ E
L E V S
→ 4!
COMBIEN DE CES MOTS COMMENCENT ET FINISSENT PAR E ?
C)
COMBIEN DE MOTS AVEC LES TROIS E ADJACENTS ?
D)
COMBIEN COMMENCENT PAR E ET SE TERMINENT PAR S ?
POURQUOI ON NE PREND PAS MON NOM POUR FAIRE CES EXERCICES ?
PINK MATHS.CH

Solutions :

Ex 1: $6^3 = 216$ **Ex 2:** a) $26 \cdot 26 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 608400$ b) $26 \cdot 25 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 585'000$ **Ex 3:** 20
Ex 4: Avec répétition/Sans répétition: a) $6^3 = 216$ / $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ b) $6 \cdot 6 \cdot 2 = 72$ / $2 \cdot 5 \cdot 4 = 40$ c) $6 \cdot 6 \cdot 2 = 72$ / $5 \cdot 4 \cdot 2 = 40$ d) $6 \cdot 6 \cdot 4 = 144$ / $5 \cdot 4 \cdot 4 = 80$ e) $6 \cdot 6 \cdot 1 = 36$ / $5 \cdot 4 \cdot 1 = 20$
Ex 5: $8 \cdot 7^4 = 19'208$ **Ex 6:** $6^4 = 1296$ **Ex 7:** a) 3! b) 5! c) 5! **Ex 8:** a) 3! b) 2! c) 4! et 3! **Ex 9:** a) 5! b) Soit GGGFF, soit FFGGG $2 \cdot 3! \cdot 2! = 24$ c) soit FFGGG, GFFGG, GGFFG et GGGFF donc: $4 \cdot 3! \cdot 2! = 48$
Ex 10: a) $\frac{8!}{3! \cdot 2!}$ b) $\frac{4!}{2!}$ **Ex 11:** $\frac{8!}{4! \cdot 2!}$ **Ex 12:** a) $\frac{6!}{3!}$ b) 4! c) $\underbrace{4 \cdot 3!}_{4!}$ d) $\frac{4!}{2!}$

Problème d'Euler

Fig. 1.



Les ponts de Kœnigsberg en 1759.

La ville de Königsberg (aujourd'hui Kaliningrad) est construite autour de deux îles situées sur le Pregel et reliées entre elles par un pont.

Six autres ponts relient les rives de la rivière à l'une ou l'autre des deux îles, comme représentés sur le plan ci-dessus.

Le problème consiste à déterminer s'il existe ou non une promenade dans les rues de Königsberg permettant, à partir d'un point de départ au choix, de passer une et une seule fois par chaque pont, et de revenir à son point de départ, étant entendu qu'on ne peut traverser le Pregel qu'en passant sur les ponts.

Fig. 2.