# Géométrie Vectorielle Série 2

**Ne pas écrire sur l'énoncé. Résoudre les exercices sur des feuilles quadrillées.**

**Si vous avez tout sous les yeux pour réviser, vous n’allez pas vous poser toutes les questions, comme lors des épreuves, face à une feuille blanche.**

**Il est important de partir de l’énoncé. D’essayer. De vérifier vos raisonnements.**

**Attention à la notation !**

## Exercice 1 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par $A(1;2;3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{d} = 2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath} + \vec{k}$.

$\vec{\imath} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \vec{\jmath} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \vec{k} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

## Exercice 2 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par les points $A(2;3;5)$ et $B(1;5;7)$.

## Exercice 3 :

On donne une droite $d$ par la représentation paramétrique :

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\2\\3\end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix}-1\\3\\3\end{pmatrix}, \lambda \epsilon \mathbb{R}$$

Les points ci-dessous appartiennent-ils à la droite $d$ ?

a) $A(6;-1;-8)$
b) $B(3;8;9)$
c) $C(6;-1;0)$
d) $D(-6;35;36)$
e) $E\left(\frac{17}{4};\frac{17}{4};\frac{25}{4}\right)$
f) $F\left(\frac{27}{5};\frac{4}{5};\frac{9}{5}\right)$

## Exercice 4 :

Déterminer les équations cartésiennes de la droite qui passe par $A(1;2;3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

## Exercice 5 :

On donne une droite $d$ par le système d'équations paramétriques :

$$\begin{cases} x = 2 - 5k \\ y = -1 + k \\ z = 3k \end{cases}, k \epsilon \mathbb{R}$$

Déterminer le point de $d$:

a) qui a une abscisse égale à 12
b) qui a une ordonnée égale à 5
c) qui a une cote égale à -2
d) dont l'abscisse et la cote sont égales
e) dont la cote est égale au double de l'ordonnée

## Exercice 6 : Soient $A(2;-1;0); B(1;-1;3); C(5;-2;1); D(2;6;7)$ quatre points

a) Trouver les équations paramétriques des droites $d_{AB}$ et $d_{BC}$
b) Le point $E(1;\ -1;6)$ appartient-il à la droite $d_{AB}$ ?
c) Le point $F(-2;-1;12)$ appartient-il à la droite $d_{AB}$ ?
d) Le point $G\left(\frac{33}{8};\frac{1}{3};\frac{11}{5}\right)$ appartient-il à la droite $d_{CD}$ ?
e) Trouver quelle doit être la valeur de $\beta$ pour que le point $H\left(\frac{5}{4};\beta;\frac{17}{2}\right)$ appartienne à la droite $d_{CD}$

## Exercice 7 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par $A(-3;5;2)$ et parallèle à $\vec{\jmath}$.

## Exercice 8 :

Trouver une représentation paramétrique de la droite qui passe par $(0;-2;-7)$ et est parallèle à $\vec{\imath}$.

## Exercice 9 :

Deux droites $p$ et $q$ sont données chacune par un système d'équations paramétriques :

$$p: \begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = 6t \\ z = 8 - 5t \end{cases}, t\epsilon\mathbb{R} \qquad q: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 2t, \\ z = 1 + t \end{cases} t\epsilon\mathbb{R}$$

Donner pour chacune d'elles un système d'équations cartésiennes du type :

$$\frac{x - a_1}{d_1} = \frac{y - a_2}{d_2} = \frac{z - a_3}{d_3}$$

## Exercice 10 :

Une droite $t$ est donnée par le système d'équations cartésiennes : $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{7}=\frac{z-3}{2}$

Donner une représentation paramétrique de la droite.

---

## Exercice 11 :

Calculer les intersections des droites $d$ et $e$ avec les plans $yOz, xOz$ et $xOy$

$$d:\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-3\\3\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1\\1\\-3\end{pmatrix}, \lambda\epsilon\mathbb{R}$$

$$e:\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\6\\-2\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}5\\0\\1\end{pmatrix}, \mu\epsilon\mathbb{R}$$

---

## Exercice 12 : Déterminer les traces des droites suivantes :

a) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\5\\9\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}0\\5\\3\end{pmatrix}, k\epsilon\mathbb{R}$

b) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-7\\1\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}, k\epsilon\mathbb{R}$

---

## Exercice 13 :

Soit la droite $d$ passant par les points $A(5;-2;6)$ et $B(2;4;15)$

Calculer les intersections de la droite avec les plans $yOz, xOz$ et $xOy$

---

## Exercice 14 :

Déterminer les traces de la droite $d$ passant par les points $A\left(-4;-2;\frac{16}{3}\right)$ et $B\left(3;\frac{3}{2};-4\right)$

---

## Exercice 15 :

Deux droites $r$ et $s$ sont données chacune par un système d'équations :

$$r:\begin{cases}x-2y=-13\\ x+z=2\end{cases}$$

$$s:\begin{cases}3x+2y-z=4\\ x-y+z=2\end{cases}$$

Donner pour chacune d'elles une représentation paramétrique et un système d'équations cartésienne du type

$$\frac{x-a_1}{d_1}=\frac{y-a_2}{d_2}=\frac{z-a_3}{d_3}$$

## Exercice 16 :

Montrer que les systèmes d'équations suivants déterminent la même droite.

$$\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = 5 - 2k, k\epsilon\mathbb{R} \\ z = 1 + k \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x = 5 + 2r \\ y = 3 - 2r, r\epsilon\mathbb{R} \\ z = 2 + r \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = -1 + s \\ y = 9 - s \\ z = -1 + \frac{s}{2} \end{cases}, s\epsilon\mathbb{R}$$

Méthode :

a) Déterminer un vecteur directeur pour chaque écriture.
b) Vérifier que tous les vecteurs directeurs sont colinéaires entre eux.
c) Choisir un point qui appartient à une droite
d) Vérifier que ce point appartient aussi aux deux autres écritures.

**Exercice supplémentaire :** Inventer une autre droite qui serait encore une fois la même mais avec d'autres valeurs numériques.

## Exercice 17 :

Montrer que les systèmes d'équations suivants déterminent la même droite.

$$\begin{cases} 16x - 2y - 11z = 0 \\ 14x - y - 10z = 3 \end{cases} \quad et \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{4}$$

Dans la prochaine série, nous allons continuer à étudier des droites.

Il est important de bien comprendre les différentes notions (vecteur directeur, vecteurs colinéaires, points alignés, etc.)

# Solutions Géométrie vectorielle Série 2 :

**Ex 1 :** $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

**Ex 2:** $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

**Ex 3 :** a) non b) oui c) oui d) oui e) non f) oui

**Ex 4 :** $\begin{cases} x = 1 \\ y + z - 5 = 0 \end{cases}$

**Ex 5 :** a) $(12;\ -3; -6)$ b) $(-28; 5; 18)$ c) $\left(\frac{16}{3}; -\frac{5}{3}; -2\right)$ d) $\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)$ e) $(12; -3; -6)$

**Ex 6 :** a) $d_{AB}: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 \\ z = 3t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ $\quad d_{BC}: \begin{cases} x = 1 + 4n \\ y = -1 - n \\ z = 3 - 2n \end{cases} ; n \in \mathbb{R}$ b) non c) oui d) non e) $\beta = 8$

**Ex 7 :** $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

**Ex 8 :** $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

**Ex 9 :** $p: \frac{x-4}{-3} = \frac{y}{6} = \frac{z-8}{-5}$ $\quad q: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-2} = z - 1$

**Ex 10 :** $t: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$

**Ex 11 :** a) $(2; -2; 0); (0; -4; 6); (4; 0; -6)$ b) $(5; 6; 0); (0; 6; -1); pas\ de\ trace\ sur\ (xOz)$

**Ex 12 :** a) $(2; -10; 0); pas\ de\ trace\ sur\ yOz; (2; 0; 6)$ b) pas de trace sur $xOy\ ni\ xOz;$

$(0; -7; 1)$

**Ex 13 :** $(0; 8; 21); (4; 0; 9); (7; -6; 0)$

**Ex 14:** $(0; 0; 0); (0; 0; 0); (0; 0; 0)$

**Ex 15 :** $r: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$ $\quad r: \frac{x+1}{2} = y - 6 = \frac{z-3}{-2}$

$s: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}\ ; s: x = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-8}{-5}$

**Ex 16 & 17:** Vérifier que même vecteur directeur & un point en commun.