

Probabilités Série 1

Méthode de travail : NE PAS ÉCRIRE SUR LES ÉNONCÉS !

IL EST IMPORTANT DE POUVOIR REFAIRE DES EXERCICES SANS AVOIR LES SOLUTIONS ET FORMULES SOUS LES YEUX !

TOUTES LES RÉPONSES SONT EN FIN DE SÉRIE ET PLUSIEURS VIDÉOS DE CORRECTIONS SONT DISPONIBLES AVEC LES CODES QR.

Exercice 1 :

Un joueur lance deux dés à 6 faces. Quelle est la probabilité :

- a) Que la somme des points sur la face supérieure soit de 7 ?
- b) Qu'elle soit de 8 ?
- c) Qu'elle soit de 10 ou plus ?



Exercice 2 :

Dans le canton de Genève, il y a eu 200' 000 immatriculations automobiles qui ont été délivrées. Quelle est la probabilité en rencontrant au hasard une voiture que son numéro de plaque commence par 1 ? (Réponse en %)

NE PAS ÉCRIRE ICI !



Exercice 3 :

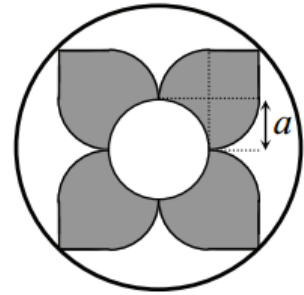
On propose à Pierre de lancer simultanément trois pièces de monnaie parfaitement symétriques de 10, 20 et 50 centimes respectivement. Il pourra conserver les pièces qui présentent le côté pile.

- a) Décrire l'univers.
- b) Quelle probabilité a-t-il de gagner ?
 - i) 20 centimes ?
 - ii) moins de 50 centimes ?
 - iii) plus de 20 centimes ?



Exercice 4 :

Si une fléchette atteint le disque, quelle est la probabilité en % qu'elle se trouve dans la zone ombrée sachant que $a = 1$?

**Exercice 5 :**

Dans une enquête portant sur les pannes de voiture qui se sont produites au cours d'une année, on a pris en considération, pour un type de voiture déterminé, les possibilités suivantes :

p_0 : il n'y a pas eu de panne

p_2 : il y a eu deux pannes

p_1 : il y a eu une panne

p_3 : il y a eu plus de deux pannes

Le dépouillement de l'enquête a montré que ces possibilités se sont produites respectivement 233, 310, 156 et 81 fois. Quelle probabilité y a-t-il pour un possesseur d'une voiture de ce type de tomber en panne dans l'année qui vient:(réponse en %)

a) moins de deux fois

b) au moins une fois ?

**Exercice 6 :**

Dans un chapeau, on a mis 3 billes jaunes et une bleue.

Est-il plus probable de sortir 2 billes jaunes ou 1 bille jaune et 1 bille bleue ?

Indication : utilisez les combinaisons.

Exercice 7 :

Dans un lot de 80 vaccins, 10 sont périmés. Si on en tire deux au hasard, quelle est la probabilité en % ?

- De tirer 0 vaccin périmé ?
- De tirer 1 vaccin périmé ?
- De tirer 2 vaccins périmés ?




Indication : utilisez les combinaisons.

Exercice 8 :

Un jeu de 52 cartes est composé de la façon suivante : il y a 4 familles ($\clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit, \spadesuit$) de 13 cartes chacune (A;R;D;V;10,9,8,7,6,5,4,3,2) et \diamondsuit et \heartsuit sont des cartes rouges, \clubsuit et \spadesuit sont des cartes noires.

On admet que les C_5^{52} mains possibles au poker sont équiprobables.

Quelle est la probabilité en % de recevoir : (main de poker en ordre d'importance ?

- Une *quinte royale* (10, V,D,R,A de la même famille)? 
- Une *quinte flush* (cinq cartes consécutives de la même famille, mais pas une quinte royale ; exemple : $A\heartsuit, 2\heartsuit, 3\heartsuit, 4\heartsuit, 5\heartsuit$) ? 
- Un *carré* (quatre cartes de même valeur, exemple : $D\clubsuit, D\diamondsuit, D\heartsuit, D\spadesuit$) ? 
- Un *full*, c'est-à-dire brelan +paire (exemple : $V\spadesuit, V\clubsuit, V\diamondsuit, 4\diamondsuit, 4\heartsuit$)?
- Un *flush* (cinq cartes de la même famille mais pas une quinte royale ou flush, ex : $2\heartsuit, 3\heartsuit, 4\heartsuit, 9\heartsuit, V\heartsuit$) ?
- Une *quinte* (cinq cartes consécutives de familles variées, mais pas une quinte royale ou flush; exemple: $2\heartsuit, 3\clubsuit, 4\clubsuit, 5\diamondsuit, 6\spadesuit$) ?
- Un *breelan* (trois cartes consécutives de familles variées, mais pas une quinte royale ou flush, exemple : $A\spadesuit, A\clubsuit, A\diamondsuit, 5\diamondsuit, 8\spadesuit$) ?
- Deux *paires* (exemple : $6\spadesuit, 6\clubsuit, 9\diamondsuit, 9\spadesuit, 10\diamondsuit$) ?
- Une *paire* (deux cartes de même valeur, exemple : $R\spadesuit, R\clubsuit, 7\diamondsuit, 3\diamondsuit, 2\spadesuit$) ?

Indication : utilisez les combinaisons.



Solutions Probabilités Série 1 :

Ex 1 : a) $P(X = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ b) $P(X = 8) = \frac{5}{36}$ c) $P(\geq 10) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Ex 2 : $\frac{111111}{200000} \cong 55,6\%$ **Ex 3 :** a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{8}$

Ex 4 : $\frac{8+\pi}{8\pi} \cong 44,32\%$ **Ex 5 :** a) 69,6% b) 70,1%

Ex 6 : Les deux événements sont équiprobables !

Ex 7 : a) $P(\text{tirer 0 vaccin périmé}) = \frac{C_0^{10} C_2^{70}}{C_2^{80}} = \frac{1 \cdot 2415}{3160} \cong 76,42\%$

b) $P(\text{tirer 1 vaccin périmé}) = \frac{C_1^{10} C_1^{70}}{C_2^{80}} = \frac{10 \cdot 70}{3160} \cong 22,15\%$

c) $P(\text{tirer 2 vaccins périmés}) = \frac{C_2^{10} C_0^{70}}{C_2^{80}} = \frac{45 \cdot 1}{3160} \cong 1,42\%$

Ex 8 : $C_2^{52} = 2'598'960$ mains possibles au poker sont équiprobables

a) $P(\text{quinte royale}) = \frac{1 \cdot 4}{C_5^{52}} = \frac{1}{649740} \cong 0,000154\%$

b) $P(\text{quinte flush}) = \frac{9 \cdot 4}{C_5^{52}} \cong 0,00139\%$

c) $P(\text{carré}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_4^4)}^{4 \text{ cartes de même valeur dernière carte}} \cdot \overbrace{(C_1^{12} C_1^4)}{}{} }{C_5^{52}} \cong 0,024\%$

d) $P(\text{full}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_3^4)}^{3 \text{ cartes de même valeur}} \cdot \overbrace{(C_1^{12} C_2^4)}^{2 \text{ cartes de même valeur}}}{C_5^{52}} \cong 0,144\%$

e) $P(\text{flush}) = \frac{C_1^4 \cdot (C_5^{13} - 10)}{C_5^{52}} \cong 0,197\%$

f) $P(\text{quinte}) = \frac{(10(C_1^4)^5 - 40)}{C_5^{52}} \cong 0,392\%$

g) $P(\text{brelan}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_3^4)}^{3 \text{ cartes de même valeur}} \cdot \overbrace{(C_2^{12} (C_1^4)^2)}^{2 \text{ dernières cartes}}}{C_5^{52}} \cong 2,11\%$

h) $P(\text{deux paires}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_2^4)}^{1 \text{ paire}} \cdot \overbrace{(C_1^{12} C_2^4)}^{2 \text{ paire}} \cdot \overbrace{(C_1^{11} C_1^4)}^{\text{dernière carte}}}{C_5^{52}} \cong 9,5\%$

i) $P(\text{paire}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_2^4)}^{1 \text{ paire}} \cdot \overbrace{(C_3^{12} (C_1^4)^3)}^{3 \text{ dernières cartes}}}{C_5^{52}} \cong 42,26\%$

Solutions Détaillées Probabilités Série 1 :

Exercice 1 :

$X =$ la somme des faces supérieures de deux dés à 6 faces.

a) $P(X = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ b) $P(X = 8) = \frac{5}{36}$ c) $P(\geq 10) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Exercice 2 :

Nombre de plaques qui commencent par 1: à un chiffre: 1 / à 2 chiffres: 10 /
à 3 chiffres: 100 / à 4 chiffres: 1000 / à 5 chiffres: 10'000 / à 6 chiffres: 100'000

Cas favorables : $1 + 10 + 100 + 1000 + 10'000 + 100'000 = 111'111$

Cas possibles : 200'000

$$P(\text{plaques qui commencent par 1}) = \frac{111111}{200000} \cong 55,6\%$$

Exercice 3 :

$U = \{(ppp), (ppf), (pfp), (fpp), (pff), (fpf), (ffp), (fff)\}$ Il y a 8 issues. Nous admettons que les issues sont équiprobables et incompatibles.

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{8}$

Issues	X gain
ppp	80 ct
ppf	30 ct
pfp	60 ct
fpp	70 ct
pff	10 ct
fpf	20 ct
ffp	50 ct
fff	0 ct

Exercice 4 :

$$P(\text{"la fléchette se trouve dans la zone ombrée"}) = \frac{\text{aire ombrée}}{\text{aire du disque}} = \frac{8 + \pi \cdot 1^2}{\pi \cdot (2\sqrt{2})^2} = \frac{8 + \pi}{8\pi} \cong 44,32\%$$

Exercice 5 :

Événements incompatibles (ne peuvent pas avoir lieu simultanément):

p_0 : il n'y a pas eu de panne; p_1 : il y a eu une panne;
 p_2 : il y a eu deux pannes; p_3 : il y a eu plus de deux pannes
 $233 + 310 + 156 + 81 = 780$ enquêtes

$$P(p_0) = \frac{233}{780} \cong 29,9\% \quad P(p_1) = \frac{310}{780} \cong 39,7\% \quad P(p_2) = \frac{156}{780} \cong 20\% \quad P(p_3) = \frac{81}{780} \cong 10,4\%$$

a) $p_0 \cup p_1 =$ il y a eu moins de deux pannes et $p_0 \cap p_1 = \emptyset$ donc:

$$P(p_0 \cup p_1) = P(p_0) + P(p_1) = \frac{543}{780} \cong 69,6\%$$

b) $p_1 \cup p_2 \cup p_3 =$ il y eu au moins une panne et $p_1 \cap p_2 \cap p_3 = \emptyset$ donc:

$$P(p_1 \cup p_2 \cup p_3) = P(p_1) + P(p_2) + P(p_3) = \frac{547}{780} \cong 70,1\%$$

Exercice 6 :

$$P(2 \text{ billes jaunes}) = \frac{C_2^3 C_0^1}{C_2^4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad P(1 \text{ jaune et 1 bleue}) = \frac{C_1^3 C_1^1}{C_2^4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Les deux événements sont équiprobables !

Exercice 7 :

10 vaccins sont périmés donc 70 vaccins sont "sains"

$$a) P(\text{tirer 0 vaccin périmé}) = \frac{C_0^{10} C_2^{70}}{C_2^{80}} = \frac{1 \cdot 2415}{3160} \cong 76,42\%$$

$$b) P(\text{tirer 1 vaccin périmé}) = \frac{C_1^{10} C_1^{70}}{C_2^{80}} = \frac{10 \cdot 70}{3160} \cong 22,15\%$$

$$c) P(\text{tirer 2 vaccins périmés}) = \frac{C_2^{10} C_0^{70}}{C_2^{80}} = \frac{45 \cdot 1}{3160} \cong 1,42\%$$

Exercice 8 : $C_2^{52} = 2'598'960$ mains possibles au poker sont équiprobables

$$a) P(\text{quinte royale}) = \frac{1 \cdot 4}{C_5^{52}} = \frac{1}{649740} \cong 0,000154\%$$

$$b) P(\text{quinte flush}) = \frac{9 \cdot 4}{C_5^{52}} \cong 0,00139\%$$

$$c) P(\text{carré}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_4^4)}^{4 \text{ cartes de même valeur dernière carte}} \cdot (C_1^{12} C_1^4)}{C_5^{52}} \cong 0,024\%$$

$$d) P(\text{full}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_3^4)}^{3 \text{ cartes de même valeur}} \cdot \overbrace{(C_1^{12} C_2^4)}^{2 \text{ cartes de même valeur}}}{C_5^{52}} \cong 0,144\%$$

$$e) P(\text{flush}) = \frac{C_1^4 \cdot (C_5^{13} - 10)}{C_5^{52}} \cong 0,197\%$$

$$f) P(\text{quinte}) = \frac{(10(C_1^4)^5 - 40)}{C_5^{52}} \cong 0,392\%$$

$$g) P(\text{brelan}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_3^4)}^{3 \text{ cartes de même valeur}} \cdot \overbrace{(C_2^{12} (C_1^4)^2)}^{2 \text{ dernières cartes}}}{C_5^{52}} \cong 2,11\%$$

$$h) P(\text{deux paires}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_2^4)}^{1 \text{ paire}} \cdot \overbrace{(C_1^{12} C_2^4)}^{2 \text{e paire}} \cdot \overbrace{(C_1^{11} C_1^4)}^{\text{dernière carte}}}{C_5^{52}} \cong 9,5\%$$

$$i) P(\text{paire}) = \frac{\overbrace{(C_1^{13} C_2^4)}^{1 \text{ paire}} \cdot \overbrace{(C_3^{12} (C_1^4)^3)}^{3 \text{ dernières cartes}}}{C_5^{52}} \cong 42,26\%$$