

Logique Série 2

Exercice 1 :

Démontrer que $\overline{P \Rightarrow Q}$ est P et \bar{Q} .

Il s'agit donc de démontrer que $[\text{non}(P \Rightarrow Q)] \Leftrightarrow (P \text{ et non } Q)$ est une tautologie.

Exercice 2 :

Soient les propositions :

P : José n'est ni espagnol ni portugais (*José n'est pas espagnol et José n'est pas portugais*)

Q : Si les salaires diminuent, alors les prix augmentent.

Écrire en langage usuel :

- | | |
|---------------------|------------------------|
| 1) La négation de P | 3) La contraposée de Q |
| 2) La négation de Q | 4) La réciproque de Q |
-

Exercice 3 :

a) Quelles sont les valeurs de P, Q, R, sachant que :

- 1) R ou P est vraie et que $Q \Rightarrow R$ est fausse ?
- 2) $Q \Rightarrow R$ est vraie et que P et Q est vraie ?
- 3) (P ou R) et P est fausse et que $Q \Leftrightarrow (Q \text{ ou } R)$ l'est aussi ?

b) Justifier brièvement les réponses.

Exercice 4 :

Retrouver les proposition A, B, C dont les valeurs figurent dans le tableau ci-dessous.

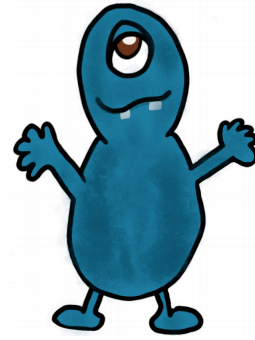
Il faut imaginer une réponse du type \bar{P} et Q ou alors $P \Rightarrow \bar{Q}$ pour définir A, B ou C.

P	Q	A	B	C
V	V	F	F	F
V	F	V	V	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

Exercice 5 :

Montrer que le raisonnement ci-dessous n'est pas correct.

*Si un cyclope a l'œil rouge, alors il est gaucher.
S'il n'est pas gaucher, alors il a l'œil bleu.
Donc, si un cyclope n'a pas l'œil rouge, alors il a l'œil bleu*

**Exercice 6 :**

Sachant que la proposition $(\overline{P \text{ ou } Q}) \Rightarrow R$ est fausse,
Déterminer si possible les valeurs de P, Q et R.

Exercice 7 :

Le raisonnement suivant est-il correct ? Justifier la réponse.

*Si la Lune ne se lève pas, Achille ne baisse pas les stores ou va dormir.
Achille baisse les stores et ne va pas dormir.
Donc, la Lune se lève.*

Exercice 8 :

Les trois propositions suivantes sont vraies.

*Si A est vert, alors B est rouge.
Si A est bleu, alors B est noir.
Si B est rouge, alors C est jaune.*

- 1) Sachant que A est vert, déterminer les couleurs de B et C.
- 2) En supposant que B est noir, que peut-on dire de la couleur de A ?

Une petite énigme

10 chaussettes noires, 8 rouges et 6 bleues sont mélangées dans un tiroir.
Il fait noir dans la pièce.

Combien de chaussettes faut-il extraire au minimum pour être certain d'avoir deux de même couleur ?

Et pour être certain d'en avoir deux noires ?

Solutions Logique Série 2 :

Exercice 1 :

Il s'agit d'une conséquence de la tautologie : $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\bar{P} \vee Q)$ et de la loi de Morgan

Exercice 2 :

P : José n'est ni espagnol ni portugais. $P = (\bar{E} \wedge \bar{P})$ (José n'est pas espagnol et José n'est pas portugais)

Q : Si les salaires diminuent, alors les prix augmentent $Q = (\bar{S} \Rightarrow P) = (S \vee P)$.

- 1) $\bar{P} = E \vee P$: José est espagnol ou portugais (De Morgan)
- 2) $\bar{Q} = \bar{S} \wedge \bar{P}$: Les salaires et les prix diminuent.
- 3) La contraposée de $Q = (\bar{P} \Rightarrow S)$: Si les prix diminuent alors les salaires augmentent.
- 4) La réciproque de $Q = (P \Rightarrow \bar{S})$: Si les prix augmentent alors les salaires diminuent.

Exercice 3 :

1. $Q \Rightarrow R$ Fausse donc Q vraie et R fausse et R ou P vraie et donc P vraie.
2. P et Q vraie donc P vraie et Q vraie et $Q \Rightarrow R$ vraie donc R indifférente.
3. $Q \Rightarrow (Q \text{ ou } R)$ est une tautologie, ce cas de figure n'est donc pas possible.

Exercice 4 :

$$A = (P \Leftrightarrow \bar{Q}) \quad B = \overline{(P \wedge Q)} \quad C = (\bar{P} \wedge Q)$$

Exercice 5 :

Le raisonnement n'est pas une tautologie.

R	G	B	$R \Rightarrow G$	$\bar{G} \Rightarrow B$	$(R \Rightarrow G) \wedge (\bar{G} \Rightarrow B)$	$\bar{R} \Rightarrow B$	$[(R \Rightarrow G) \wedge (\bar{G} \Rightarrow B)] \Leftrightarrow (\bar{R} \Rightarrow B)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	V	F
V	F	V	F	V	F	V	F
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V

Exercice 6 :

(P fausse ou Q vraie) et R fausse.

Exercice 7 :

Oui, établir dans ce cas la table de vérité.

Exercice 8

A vert alors B rouge et C jaune.

B noir donc non rouge donc A non vert (contraposée).

Une petite énigme :

Quatre (il n'y a que trois couleurs différentes)

Seize (il y a quatorze chaussettes non noires) et vingt (il y a 18 chaussettes non bleues).