Probabilités Série 1

Exercice 1 :

a) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de 4/10 et celle d'une fille de 6/10, déterminer la probabilité qu'une famille de 3 enfants soit constituée de :
(1) 3 filles (2) 2 filles (3) 1 fille (4) 0 fille

b) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de 4/10 et celle d'une fille de 6/10, déterminer la probabilité qu'une famille de 4 enfants soit constituée de :
(1) 4 filles (2) 3 filles (3) 2 filles (4) 1 fille (5) 0 fille

c) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de p et celle d'une fille de $1-p$, trouver une formule qui donne la probabilité qu'une famille de n enfants soit constituée de k filles $(0 \leq k \leq n)$?

Indication : La représentation par arbre de classement est la bienvenue !

Exercice 2 :

Une pièce bien équilibrée est lancée 6 fois :

a) Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux "piles" ?
b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins 4 "piles" ?
c) Quelle est la probabilité d'avoir au moins 1 "pile" ?

Exercice 3 :

Mêmes questions que pour l'exercice 2, si la pièce n'est pas bien équilibrée et tombe avec une probabilité de $\frac{1}{3}$ sur "pile" et de $\frac{2}{3}$ sur "face".

Exercice 4 :

Un dé bien équilibré est lancé 5 fois.

a) Quelle est la probabilité qu'un 1 ou un 2 apparaissent exactement 3 fois ?
b) Quelle est la probabilité que n'apparaissent que des chiffres plus grands que 2 ?

Exercice 5 :

Une urne contient 10 boules, dont 6 rouges et 4 vertes. On tire une boule de l'urne, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne. On répète cette épreuve 3 fois de suite.

Quelle probabilité a-t-on, au cours de ces 3 épreuves successives indépendantes, de tirer au total 2 boules rouges et 1 verte ?

Exercice 6 :

Un centre de transfusion a établi le tableau suivant donnant la répartition des principaux groupes sanguins de ses donneurs :

	O	A	B	AB
Rhésus +	37 %	38,1 %	6,2 %	2,8 %
Rhésus -	7 %	7,2 %	1,2 %	0,5 %

a) Quelle est la probabilité qu'un donneur pris au hasard soit A_+ ?
b) Quelle est la probabilité qu'un donneur pris au hasard soit O ?
c) Quelle est la probabilité que, dans un groupe de 10 donneurs, aucun ne soit O_- ?
d) Quelle est la probabilité que, dans un groupe de 10 donneurs, quatre soient A_+ ?
e) Si on convoque dix donneurs, quelle est la probabilité d'avoir au moins les trois donneurs O_+ nécessaires à une opération ?

Solutions Série 1 Probabilités

<u>**Exercice 1:**</u> **a) (1)** $C_3^3\left(\frac{6}{10}\right)^3\left(\frac{4}{10}\right)^0=\frac{27}{125}=21{,}6\%$ **(2)** $C_2^3\left(\frac{6}{10}\right)^2\left(\frac{4}{10}\right)^1=\frac{54}{125}=43{,}2\%$

(3) $C_1^3\left(\frac{6}{10}\right)^1\left(\frac{4}{10}\right)^2=\frac{36}{125}=28{,}8\%$ **(4)** $C_0^3\left(\frac{6}{10}\right)^0\left(\frac{4}{10}\right)^3=\frac{8}{125}=6{,}4\%$

b) (1) $C_4^4\left(\frac{6}{10}\right)^4\left(\frac{4}{10}\right)^0=\frac{81}{625}=12{,}96\%$ **(2)** $C_3^4\left(\frac{6}{10}\right)^3\left(\frac{4}{10}\right)^1=\frac{216}{625}=34{,}56\%$ **(3)** $C_2^4\left(\frac{6}{10}\right)^2\left(\frac{4}{10}\right)^2=\frac{216}{625}=34{,}56\%$

(4) $C_1^4\left(\frac{6}{10}\right)^1\left(\frac{4}{10}\right)^3=\frac{96}{625}=15{,}36$ **(5)** $C_0^4\left(\frac{6}{10}\right)^0\left(\frac{4}{10}\right)^4=\frac{16}{625}=2{,}56\%$

c) $B(k;n;1-p)=C_k^n(1-p)^k p^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}(1-p)^k p^{n-k}$

<u>**Exercice 2:**a)</u> $B\left(2;6;\frac{1}{2}\right)=C_2^6\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{15}{64}\cong 23{,}44\%$

<u>b)</u> $B\left(4;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(5;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(6;6;\frac{1}{2}\right)=C_4^6\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2+C_5^6\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^1+C_6^6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{15}{64}+\frac{3}{32}+\frac{1}{64}=\frac{11}{32}\cong 34{,}38\%$

ou: $1-\left[B\left(0;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(1;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(2;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(3;6;\frac{1}{2}\right)\right]=\frac{11}{32}\cong 34{,}38\%$

<u>c)</u> $1-B\left(0;6;\frac{1}{2}\right)=1-C_0^6\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^6=1-\frac{1}{64}=\frac{63}{64}\cong 98{,}44\%$

<u>**Exercice 3:**</u> **a)** $B\left(2;6;\frac{1}{3}\right)=C_2^6\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{80}{243}\cong 32{,}92\%$

b) $B\left(4;6;\frac{1}{3}\right)+B\left(5;6;\frac{1}{3}\right)+B(6;6;3)=C_4^6\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^2+C_5^6\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^1+C_6^6\left(\frac{1}{3}\right)^6\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{20}{243}+\frac{4}{243}+\frac{1}{729}=\frac{73}{729}\cong 10{,}01\%$

<u>ou</u>: $1-\left[B\left(0;6;\frac{1}{3}\right)+B\left(1;6;\frac{1}{3}\right)+B\left(2;6;\frac{1}{3}\right)+B\left(3;6;\frac{1}{3}\right)\right]=\frac{73}{729}\cong 10{,}01\%$

<u>c)</u> $1-B\left(0;6;\frac{1}{3}\right)=1-C_0^6\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^6=1-\frac{64}{729}=\frac{665}{729}\cong 91{,}22\%$

<u>**Exercice 4:**</u> **a)** $B\left(3;5;\frac{2}{6}\right)=C_3^5\left(\frac{2}{6}\right)^3\left(\frac{4}{6}\right)^2=\frac{40}{243}\cong 16{,}46\%$ **b)** $B\left(5;5;\frac{4}{6}\right)=C_5^5\left(\frac{4}{6}\right)^5\left(\frac{2}{6}\right)^0=\frac{32}{243}\cong 13{,}17\%$

<u>**Exercice 5:**</u> $B\left(2;3;\frac{3}{5}\right)=C_2^3\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)^1=\frac{54}{125}\cong 43{,}2\%$ $\quad P(R)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ $\quad P(V)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

<u>**Exercice 6:**</u> **a)** $P(A_+)=38{,}1\%$ **b)** $P(0)=P(O_+)+P(O_-)=44\%$

c) $P(aucun\ O_-)=B\left(0;10;\frac{7}{100}\right)=C_0^{10}\left(\frac{7}{100}\right)^0\left(\frac{93}{100}\right)^{10}\cong 48{,}40\%$

d) $P(4\ A_+)=B\left(4;10;\frac{38{,}1}{100}\right)=C_4^{10}\left(\frac{38{,}1}{100}\right)^4\left(\frac{61{,}9}{100}\right)^6\cong 24{,}89\%$

e) $P(au\ moins\ 3\ donneurs\ O_+)=1-B\left(0;10;\frac{37}{100}\right)-B\left(1;10;\frac{37}{100}\right)-B\left(2;10;\frac{37}{100}\right)=$

$1-C_0^{10}\left(\frac{37}{100}\right)^0\left(\frac{63}{100}\right)^{10}-C_1^{10}\left(\frac{37}{100}\right)^1\left(\frac{63}{100}\right)^9-C_2^{10}\left(\frac{37}{100}\right)^2\left(\frac{63}{100}\right)^8\cong 77{,}94\%$