Analyse Série 5

Exercice 1 :

Pour chaque fonction déterminer son domaine de définition, calculer quelques images puis en faire la représentation graphique

a) $f(x) = \sqrt{x+2}$

b) $f(x) = \sqrt{2x+2}$

c) $f(x) = \sqrt{1-x}$

d) $f(x) = \sqrt{2-2x}$

e) $f(x) = \sqrt{-x}$

Exercice 2 : Pour chaque couple de fonctions :

1) Déterminer le domaine des fonctions f et g
2) Représenter graphiquement
3) Déterminer par lecture graphique leur point d'intersection
4) Déterminer par calcul leur point d'intersection

a) $f(x) = -x+3$ $\quad et \quad$ $g(x) = \sqrt{x-1}$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x+1$ $\quad et \quad$ $g(x) = \sqrt{2x+1}$

c) $f(x) = x+4$ $\quad et \quad$ $g(x) = \sqrt{2-x}$

Exercice 3 :

Pour chaque fonction déterminer son domaine de définition, calculer quelques images puis en faire la représentation graphique

a) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

b) $f(x) = \frac{1}{1-x}$

c) $f(x) = \frac{1}{2x+2}$

d) $f(x) = -\frac{1}{x-1}$

e) $f(x) = \frac{2}{x}+1$

f) $f(x) = -\frac{2}{x}-1$

Exercice 4 :

(1) Soient $f(x) = \frac{1}{3x+3}$ et $g(x) = 2x-2$

a) Déterminer le domaine des fonctions f et g.

b) Représenter graphiquement ces deux fonctions

c) Déterminer par calcul le point d'intersection des deux fonctions.

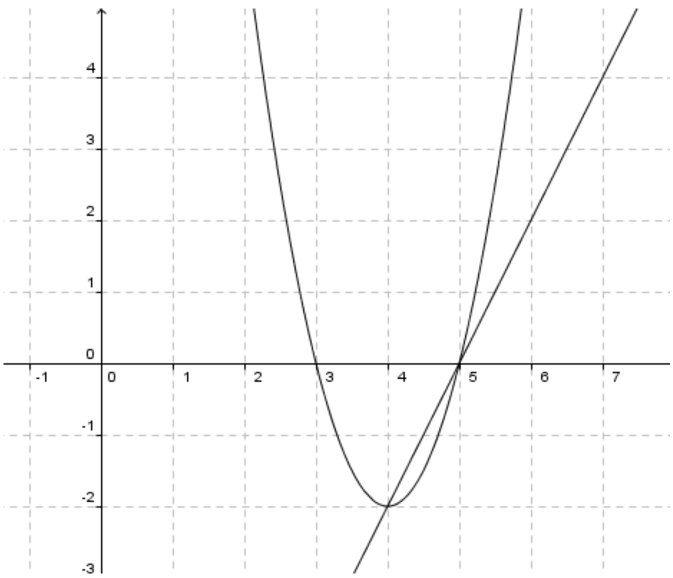
(2) Mêmes questions avec $f(x) = -\frac{3}{2-x}$ et $g(x) = \frac{1}{2}x-1$

Exercice 5 : Compléter le tableau *sur une feuille à part* :
(Il n'y a pas assez de place pour les étapes de calculs ***: rédiger les détails sur une feuille à part****)*

	$f(x)$	$g(x)$	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
a)	$2x+3$	x^2		
b)	$-2x^2$	$\frac{1}{2}x+3$		
c)	$\sqrt{x^2+1}$	$x+3$		
d)	x^2+x	$1-x$		
e)	$-x^3$	x^2+1		
f)	$-x^2+1$	$2x-1$		
g)	$2x$	$x-6$		
h)	$x-3$	$2x$		
i)	$x-2$	x^2		
j)	x^2	$x-3$		
k)	x^2	$-2x$		
l)	$x+1$	$-2x^2$		
m)	$x+2$	x^2+1		
n)	$x-2$	x^2-3		

Exercice 6 :

Voici la représentation graphique de deux fonctions. Nous noterons f la parabole et g la droite.



a) Déterminer graphiquement leurs points d'intersection.

b) Déterminer les équations des deux fonctions représentées
(pour la parabole, écrire sous forme factorisée, développée et canonique).

c) Déterminer par calcul leurs points d'intersections.

d) Déterminer l'ordonnée à l'origine de chacune des fonctions (par calcul)

Solutions Analyse Série 5

Exercice 1 :

a) $D_f = [-2; +\infty[$

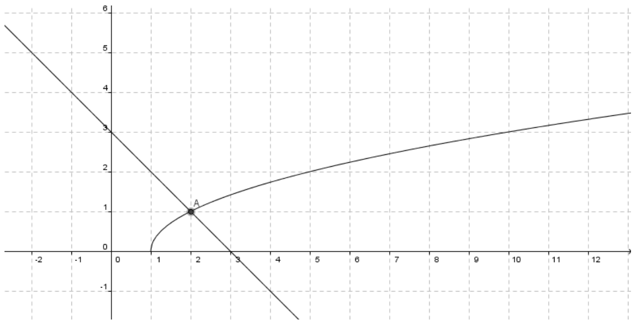
b) $D_f = [-1; +\infty[$

c) $D_f =]-\infty; 1]$

d) $D_f =]-\infty; 1]$

e) $D_f =]-\infty; 0] = \mathbb{R}\_$

Exercice 2 :



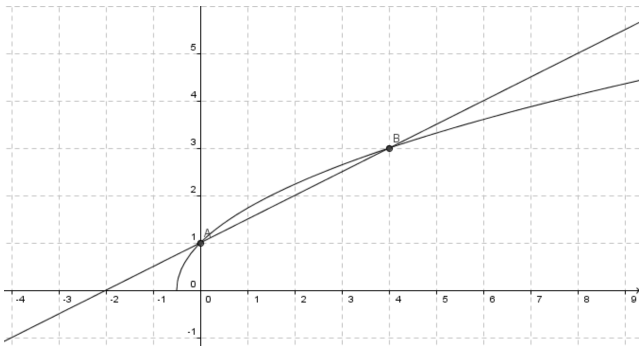
a) $D_f = \mathbb{R}; D_g = [1; +\infty[$

$f \cap g = \{(2; 1)\}$ car: $-x + 3 = \sqrt{x-1} \Rightarrow$
$(-x+3)^2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 - x + 1 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-2) = 0 \Leftrightarrow$
$x = 5 \; ou \; x = 2$ et $f(2) = 1$

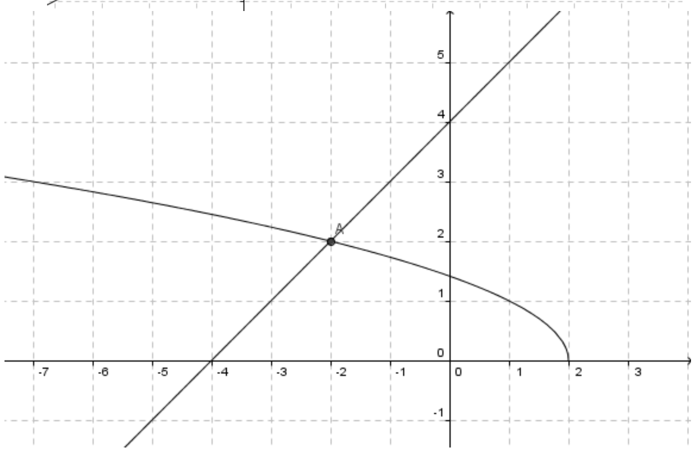
Pourquoi trouve-t-on deux solutions alors qu'il n'y a graphiquement qu'un point d'intersection ?

Comment savoir quelle est la valeur acceptée ? En déterminant l'image de chaque point par les deux fonctions, on ne trouve pas les mêmes valeurs : $f(2) = -2 + 3 = 1$ et $g(2) = \sqrt{2-1} = 1$ ok mais : $f(5) = -5 + 3 = -2$ et $g(5) = \sqrt{5-1} = 2$ donc $g(5) \neq f(5)$. Donc 5 pas une solution

b) $f \cap g = \{(0; 1); (4; 3)\}$

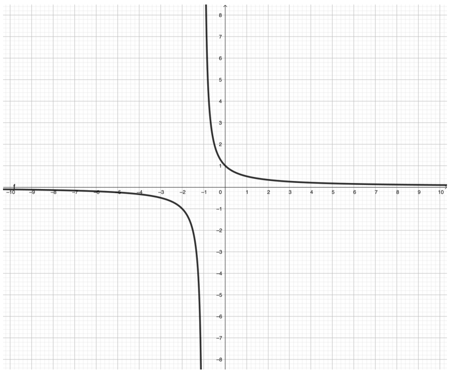


c) $f \cap g = \{(-2; 2)\}$

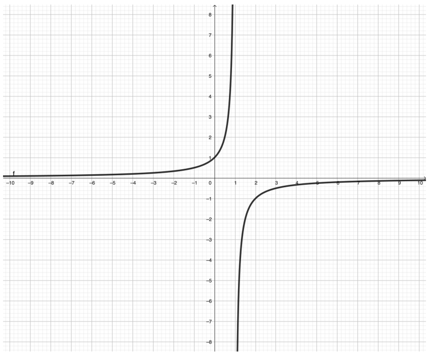


Exercice 3 :

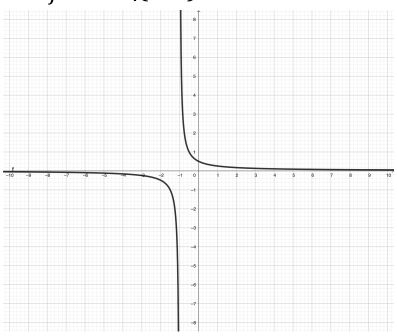
a) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$



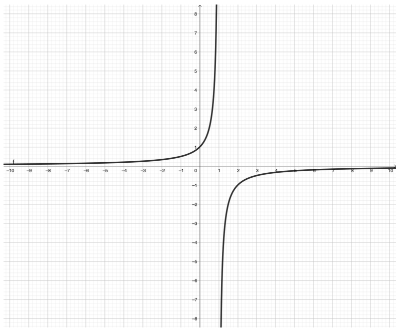
b) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$



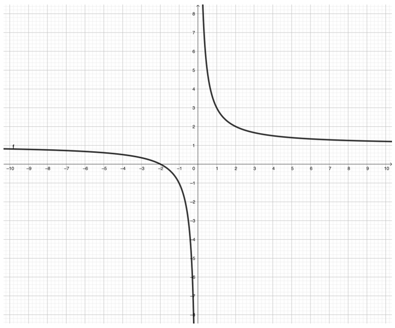
c) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$



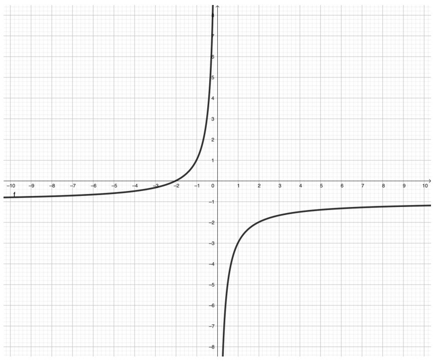
d) $D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$



e) $f(x) = \mathbb{R}^*$

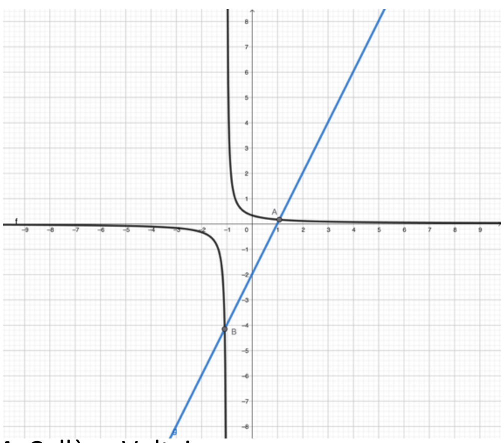


f) $f(x) = \mathbb{R}^*$

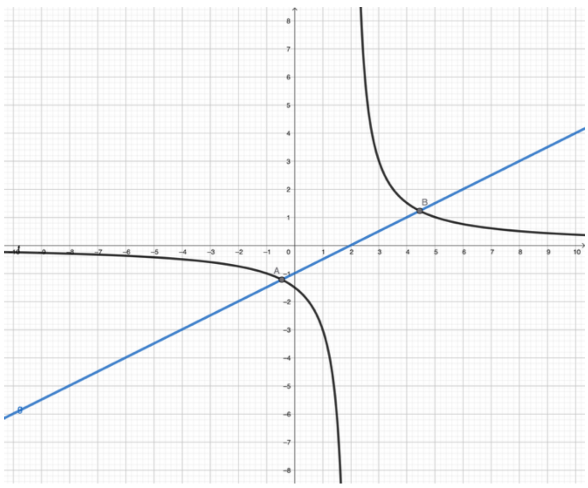


Exercice 4 :

(1) $f \cap g = \{(1{,}08; 0{,}16); (-1{,}08; -4{,}16)\}$



(2) 1) $f \cap g = \{(-0{,}45; 0 - 1{,}22); (4{,}45; 1{,}22)\}$



Exercice 5 :

	$f(x)$	$g(x)$	$(g \circ f)(x) = \mathrm{g}(\mathrm{f}(\mathrm{x}))$	$(f \circ g)(x) = \mathrm{f}(\mathrm{g}(\mathrm{x}))$
a)	$2x+3$	x^2	$(2x+3)^2$	$2x^2+3$
b)	$-2x^2$	$\frac{1}{2}x+3$	$-x^2+3$	$-2\left(\frac{1}{2}x+3\right)^2$ $= -\frac{1}{2}x^2-6x-18$
c)	$\sqrt{x^2+1}$	$x+3$	$\sqrt{x^2+1}+3$	$\sqrt{x^2+6x+10}$
d)	x^2+x	$1-x$	$-x^2-x+1$	$(1-x)(2-x)$ $= 2-3x+x^2$
e)	$-x^3$	x^2+1	x^6+1	$-(x^2+1)^3$ $= -x^6-3x^4-3x^2-1$
f)	$-x^2+1$	$2x-1$	$-2x^2+1$	$-4x^2+4x$
g)	$2x$	$x-6$	$2x-6$	$2x-12$
h)	$x-3$	$2x$	$2x-6$	$2x-3$
i)	$x-2$	x^2	$(x-2)^2 = x^2-4x+4$	x^2-2
j)	x^2	$x-3$	x^2-3	$(x-3)^2 = x^2-6x+9$
k)	x^2	$-2x$	$-2x^2$	$(-2x)^2 = 4x^2$
l)	$x+1$	$-2x^2$	$-2(x+1)^2$ $= -2x^2-4x-2$	$-2x^2+1$
m)	$x+2$	x^2+1	x^2+4x+5	x^2+3
n)	$x-2$	x^2-3	x^2-4x+1	x^2-5

Exercice 6 :

a) $\boldsymbol{f \cap g = \{(4;-2);(5;0)\}}$
b) $\boldsymbol{f(x) = 2(x-3)(x-5) = 2(x-4)^2-2 = 2x^2-16x+30}$ **et** $\boldsymbol{g(x) = 2x-10}$
c) $\boldsymbol{f \cap g = \{(4;-2);(5;0)\}}$
d) $\boldsymbol{f(0) = 30; g(0) = -10}$