Géométrie vectorielle Série 3



= Vidéo de correction disponible

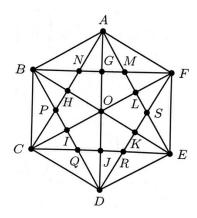
Exercice 1:

Soit *ABCDEF* un hexagone régulier de centre *O*.

Donner les coordonnées des points

A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R et S:

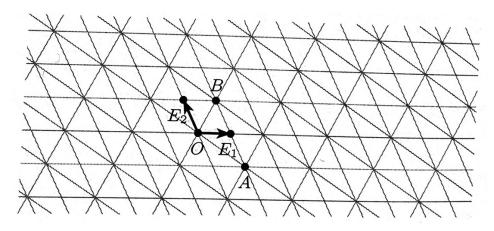
- 1) Relativement au repère $\mathcal{R}_1 = (O, E, F)$.
- 2) Relativement au repère $\mathcal{R}_2 = (O, A, C)$.



1

Exercice 2:

On considère la figure suivante :



1) Représenter les points dont les coordonnées sont données relativement au repère $\mathcal{R}_1 = (0, E_1; E_2)$:

$$M(4;2)$$
; $N(-3;3)$; $P(-4;-4)$; $Q(2;3)$; $R(1;-3)$; $S(0;-3)$; $T(5;0)$; $U(-1;-4)$ et $V(-2;3)$.

- 2) Trouver les coordonnées de ces points relativement au repère $R_2 = (0; A; B)$.
- 3) Calculer les composantes, relativement à la base $(\overrightarrow{e_1}; \ \overrightarrow{e_2})$, des vecteurs $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}, \overrightarrow{NP}, \overrightarrow{PM}, \overrightarrow{ST}, \overrightarrow{UP}$ et \overrightarrow{PS} .

Dans les exercices suivants, les coordonnées des points sont données relativement à un repère $\mathcal{R}=(0;E_1;E_2)$ quelconque du plan

et les composantes des vecteurs sont relatifs à la base $\mathcal{B}=(\overrightarrow{e_1}; \ \overrightarrow{e_2})=(\overrightarrow{OE_1}; \ \overrightarrow{OE_2})$.

Exercice 3: Soient les points A(-4; 2); B(1; 3) et C(2; 5).

Calculer les coordonnées des milieux des côtés du triangle ABC et celles du centre de gravité de ce triangle.

Exercice 4 : Les points A, B et C donnés ci-dessous sont-ils alignés ?



1)
$$A(2; 3); B(1; 6); C(4; -3)$$

2)
$$A(1;-1)$$
; $B(3;1)$; $C(-2;3)$

3)
$$A(-56; 84)$$
; $B(16; -24)$; $C(-8; 12)$



Exercice 5:



On donne trois points A, B et C.

Déterminer, dans les cas suivants, le nombre réel α pour qu'ils soient alignés :

1)
$$A(1; 2); B(-3; 3); C(\alpha; 1)$$

2)
$$A(2; \alpha)$$
; $B(7\alpha - 29; 5)$; $C(-4; 2)$



On donne les points A(1; 0) et B(0; 1).

On considère un point P de la droite (OA), un point Q de la droite (OB) et un point R de la droite (AB). Quelle condition les coordonnées de P, Q et R doivent-elles vérifier pour que ces points soient alignés?

Exercice 7 : On donne une droite d par la représentation paramétrique :

$$\binom{x}{y} = \binom{1}{3} + k \binom{3}{-2}$$

Représenter les points de d correspondant aux valeurs suivantes du paramètre k: -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3



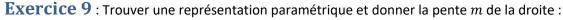
Exercice 8: Les points ci-dessous appartiennent-ils à la droite d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 1 - 5k \\ y = 2 + 3k \end{cases}$$
?

1)
$$A(6;-1)$$
 2) $B(3;-2)$ 3) $C(1;0)$

1)
$$A(6;-1)$$
 2) $B(3;-2)$ 3) $C(1;0)$ 4) $D(-9;8)$ 5) $E\left(-6;\frac{31}{5}\right)$ 6) $F\left(-\frac{3}{2};4\right)$







- 1) qui passe par A(3;5) et a pour vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$;
- 2) qui passe par A(-3; -2) et B(4; -5);
- 3) qui passe par A(2; -4) et a pour pente $m = -\frac{3}{4}$;
- 4) qui passe par A(5; 2) et est parallèle au segment [BC] où B(1; 1) et C(-3; 2);
- 5) qui passe par A(0; -2) et est parallèle à (OE_1) :
- 6) qui passe par A(8; 12) et est parallèle à (OE_2) .



Exercice 10: On donne une droite d par: $\binom{x}{y} = \binom{2}{5} + k\binom{-1}{2}$

Déterminer le point de *d* :

1) Situé sur (OE_1) ;

4) qui a une ordonnée égale à -2;

2) Situé sur (OE_2) ;

5) dont les deux coordonnées sont égales.

3) qui a une abscisse égale à 7;

Exercice 11 On donne les points A(1; 1), B(2; 0) et C(-1; 0).

Représenter graphiquement et donner une représentation paramétrique de chacune de ces droites :

- 1) la droite passant par C et de vecteur directeur \overrightarrow{AB}
- 2) la droite passant par A et de vecteur directeur \overrightarrow{BC}
- 3) la droite passant par B et de vecteur directeur \overrightarrow{AC}

Exercice 12

Trouver quelques points situés sur chacune des droites suivantes, données par leur équations cartésiennes. Dessiner ces droites.

1)
$$x + 2y - 12 = 0$$

4)
$$2x + 5y - 9 = 0$$

7)
$$3.5x + 4.2y = 5.6$$

$$2) \quad 3x - 5y + 15 = 0$$

5)
$$y - 4 = 0$$

8)
$$\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{3}$$

3)
$$4x - 3y = 0$$

6)
$$2x + 7 = 0$$

Exercice 13 (ex 2.53, p.64)

Les points ci-dessous appartiennent-ils à la droite d'équation cartésienne 5x - 2y - 11 = 0 ?

1)
$$A(1; -3)$$

4)
$$D(-3; -13)$$

6)
$$F\left(-\frac{4}{3}; -\frac{5}{6}\right)$$

2)
$$B(3; 2)$$

5)
$$E\left(\frac{1}{2}; -\frac{17}{4}\right)$$

3) C(2; -4)

Exercice 14 On donne une droite d par son équation cartésienne : 2x + 5y - 20 = 0. Déterminer le point de *d*:

1) situé sur (OE_1)

3) qui a une ordonnée égale à 15

2) situé sur (OE_2)

- 4) qui a une abscisse égale à 3
- 5) dont les deux coordonnées sont égales
- 6) qui est situé sur la droite d'équation 3x 2y 11 = 0

Exercice 15

Trouver l'équation cartésienne de chacune des droites données à l'exercice 9.

Exercice 16 Déterminer la pente m et un vecteur directeur \vec{d} des droites suivantes données par leurs équations cartésiennes :

1)
$$5x - 6y - 7 = 0$$

5)
$$\sqrt{5}x - 4y - 5 = 0$$
 8) $\frac{x+2}{5} = \frac{y-3}{4}$

8)
$$\frac{x+2}{5} = \frac{y-3}{4}$$

2)
$$x + y - 5 = 0$$

6)
$$3y - 8 = 0$$

3)
$$4x - 3y = 0$$

7)
$$x = 0$$

4)
$$\sqrt{2}x - \sqrt{2}y + \sqrt{15} = 0$$

Exercice 17

Trouver l'équation cartésienne de la droite d donnée par un système d'équations paramétriques, dans les cas suivants :

$$\begin{cases} x = 4 - 3k \\ y = 1 + k \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x = 7 - 4k \\ y = 3 + 5k \end{cases}$$

Exercice 18

Trouver une représentation paramétrique de chacune des droites données à l'exercice 16.

Exercice 19

- 1) On donne une droite d par son équation cartésienne $\alpha x y + 8 = 0$. Déterminer le nombre réel α sachant que d passe par le point P(10;3).
- 2) Même question pour la droite d d'équation $2x + \beta y + 5 = 0$ et le nombre réel β sachant que d passe par le point P(-2;4)

Exercice 20

Montrer que les équations suivantes définissent toutes la même droite.

1)
$$3x + 2y - 11 = 0$$

$$2) 6x + 4y - 22 = 0$$

3)
$$\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = 1 - 3k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - 2k \\ y = -2 + 3k \end{cases}$$

$$5) y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}$$

6)
$$\frac{x-9}{-2} = \frac{y+8}{3}$$

Exercice 21

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles dans les cas suivants ?

1)
$$A(1;1); B(1;0); C(\frac{1}{2};\frac{1}{2}); D(\frac{1}{2};0)$$

2)
$$A(1;-1); B(1;1); C(-1;-\frac{1}{2}); D(2;1)$$

3)
$$A(1;-1); B(2;-1); C(1;-1); D(2;1)$$



4

Exercice 22

On donne une droite d par : $\binom{x}{y} = \binom{0}{-8} + k\binom{1}{3}$.

Déterminer des équations paramétriques des droites d' et d'', parallèles à d, qui passent respectivement par les points D'(3; -3) et $D''\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{3}\right)$.

Exercice 23:

1) Soit la droite d d'équation 2x - 3y + 7 = 0. Déterminer l'équation cartésienne de la parallèle à d passant par le point A(2; -5).

2) Même question pour la droite d d'équation x - 2y + 4 = 0 et le point A(4; -10).

Exercice 24

Montrer que l'équation de toute droite parallèle à la droite d'équation ax + by + c = 0 est de la forme $ax + by + \lambda = 0$, où $\lambda \in \mathbb{R}$.

Exercice 25

Indiquer si les droites d et e sont sécantes, strictement parallèles ou confondues dans les cas suivants.

1)
$$d: 4x - 2y - 1 = 0$$
 et $e: -2x + y - 5 = 0$

2)
$$d: 3x + y - 8 = 0$$
 et $e: 6x - 2y - 3 = 0$

3)
$$d: 8x - 4y - 2 = 0$$
 et $e: -4x + 2y + 1 = 0$

4)
$$d: -x + 2y - 3 = 0$$
 et $e: \begin{cases} x = -1 + 2k \\ y = 1 + k \end{cases}$

5)
$$d: 3x + 2y - 7 = 0$$
 et $e: \begin{cases} x = 4 + 2k \\ y = 3 - 3k \end{cases}$

6)
$$d: 6x + y - 9 = 0$$
 et $e: \begin{cases} x = 1 - k \\ y = 3 + 2k \end{cases}$

7)
$$d:\begin{cases} x = 7 + k \\ y = 8 - k \end{cases}$$
 et $e:\begin{cases} x = 5 - 3n \\ y = 10 + 3n \end{cases}$

8)
$$d: \begin{cases} x = 4 + 2k \\ y = k \end{cases}$$
 et $e: \begin{cases} x = 6 - 2n \\ y = 3 - n \end{cases}$
9) $d: \begin{cases} x = 2k \\ y = 3 + 5k \end{cases}$ et $e: \begin{cases} x = 4 + 3n \\ y = 1 - 2n \end{cases}$

9)
$$d:\begin{cases} x = 2k \\ y = 3 + 5k \end{cases}$$
 et $e:\begin{cases} x = 4 + 3n \\ y = 1 - 2n \end{cases}$

10)
$$d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{4}$$
 et $e: 3x + 4y - 5 = 0$





Exercice 26

Déterminer les points d'intersection des droites d et e, données chacune par un système d'équations paramétriques.

1)
$$d: \begin{cases} x = 1 - 3k \\ y = 3 + 2k \end{cases}$$
 $e: \begin{cases} x = -2 + n \\ y = 1 - 2n \end{cases}$

2)
$$d: \begin{cases} x = -2 + k \\ y = -5 + 2k \end{cases}$$
 $e: \begin{cases} x = 5 + 3n \\ y = 5 + 2n \end{cases}$

2)
$$d: \begin{cases} x = -2 + k \\ y = -5 + 2k \end{cases}$$
 $e: \begin{cases} x = 5 + 3n \\ y = 5 + 2n \end{cases}$
3) $d: \begin{cases} x = 8 - \frac{3}{2}k \\ y = 1 + \frac{1}{2}k \end{cases}$ $e: \begin{cases} x = \frac{1}{2} + 3n \\ y = \frac{7}{2} - n \end{cases}$



2ma1

Exercice 27

Déterminer les points d'intersection des droites d et e, données par leurs équations cartésiennes.

1)
$$d: 4x - 3y - 6 = 0$$
 et $e: 6x + y - 20 = 0$

2)
$$d: 3x - 7y - 57 = 0$$
 et $e: 2x + 3y + 8 = 0$

3)
$$d: 4x + 5y + 33 = 0$$
 et $e: 3x - y - 56 = 0$

4)
$$d: 4x - 6y - 3 = 0$$
 et $e: -2x + 3y - 5 = 0$

5)
$$d: x - 2y + 26 = 0$$
 et $e: 5y + 8 = 0$

6)
$$d: 2x - 7y + 9 = 0$$
 et $e: x + 14y - 5 = 0$

7)
$$d: -7x - 8y + 2 = 0$$
 et $e: 4x - 3y + 4 = 0$

8)
$$d: 3x + 2y - 4 = 0$$
 et $e: \frac{x+3}{3} = \frac{y-6}{-4}$

Exercice 28:

Déterminer les points d'intersection des droites d et e.

1)
$$d: 2x - 9y - 8 = 0$$
 et e:
$$\begin{cases} x = 16 - 4k \\ y = -6 + 2k \end{cases}$$

2)
$$d: 5x + 4y - 7 = 0$$
 et $e: \begin{cases} x = 7 - 4k \\ y = 1 + k \end{cases}$

3)
$$d: 2x + 3y + 5 = 0$$
 et $e: \begin{cases} x = 7 - 3k \\ y = 3 + 2k \end{cases}$

4)
$$d: x + y - 3 = 0$$
 et $e: \begin{cases} x = 1 + k \\ y = 2 + k \end{cases}$





Exercice 29

Déterminer, par le dessin et par le calcul, les points d'intersection des droites (AB) et (CD)

1)
$$A(0;1), B(0;0), C(1;1), D\left(-1;\frac{1}{2}\right)$$

2)
$$A(0;1), B(2;\frac{1}{2}), C(1;-\frac{1}{2}), D(0;\frac{1}{2})$$

3)
$$A\left(\frac{1}{2};1\right); B\left(0;\frac{1}{2}\right), C(1;0), D\left(-1;\frac{1}{2}\right)$$

4)
$$A(1;0); B(0;1); C(\frac{1}{2};1), D(1;\frac{1}{2})$$

5)
$$A(2;3), B(-1;2), C(-9;-3), D(-7;-7)$$

6)
$$A(4;4), B(5;1), C(1;-2), D(-1;4)$$

Solutions GVS3

Exercice 1:

- 1) A(-1;1) B(-1;0) C(0;-1)D(1;-1) $\begin{array}{lll} E\,(\,1\,;0\,) & & F\,(\,0\,;1\,) & & G\,(\,-\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\,) & & H\,(\,-\frac{1}{2}\,;0\,) \\ \\ I\,(\,0\,;-\frac{1}{2}\,) & & J\,(\,\frac{1}{2}\,;-\frac{1}{2}\,) & & K\,(\,\frac{1}{2}\,;0\,) & & L\,(\,0\,;\frac{1}{2}\,) \end{array}$ $M(-\frac{1}{3};\frac{2}{3})$ $N(-\frac{2}{3};\frac{1}{3})$ O(0;0) $P(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3})$ $Q(\frac{1}{2}; -\frac{2}{2})$ $R(\frac{2}{2}; -\frac{1}{2})$ $S(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$
- 2) A(1;0) B(1;1)C(0;1)D(-1;0)E(-1;-1) F(0;-1) $G(\frac{1}{2};0)$ $H(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ $I(0;\frac{1}{2})$ $J(-\frac{1}{2};0)$ $K(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2})$ $L(0;-\frac{1}{2})$ $M(\frac{1}{3};-\frac{1}{3})$ $N(\frac{2}{3};\frac{1}{3})$ O(0;0) $P(\frac{1}{3};\frac{2}{3})$ $Q(-\frac{1}{3};\frac{1}{3})$ $R(-\frac{2}{3};-\frac{1}{3})$ $S(-\frac{1}{3};-\frac{2}{3})$

Exercice 2:

2) M(1;3) N(-3;0) P(0;-4) $Q(-\frac{1}{2};\frac{5}{2})$ 3) $\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} -7\\1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{MP} = \begin{pmatrix} -8\\-6 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{NP} = \begin{pmatrix} -1\\-7 \end{pmatrix}$ R(2;-1) $S(\frac{3}{2};-\frac{3}{2})$ $T(\frac{5}{2};\frac{5}{2})$ $U(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$ $\overrightarrow{PM} = \begin{pmatrix} 8\\6 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{ST} = \begin{pmatrix} 5\\3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{UP} = \begin{pmatrix} -3\\0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{V} = \begin{pmatrix} -3\\0 \end{pmatrix}$ $V(-\frac{5}{2};\frac{1}{2})$

Exercice 3: 1) $A'(\frac{3}{2}; 4)$; $B'(-1; \frac{7}{2})$; $C'(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$ 2) $G(-\frac{1}{3}; \frac{10}{3})$ **Exercice 4:** 1) Oui 2) non 3) oui **Exercice 5:** 1) $\alpha = 5$ 2) $\alpha = \frac{32}{7}$ ou $\alpha = 1$

Exercice 6: En posant $P(\alpha; 0)$, $Q(0; \beta)$ et $R(\lambda; 1 - \lambda)$, on trouve $\lambda = \frac{\alpha - \alpha \beta}{\alpha - \beta}$, $\alpha \neq \beta$

Exercice 8:1) oui 2) non 3) non 4) oui 5) oui 6) non

Exercice 9:1) $\binom{x}{y} = \binom{3}{5} + k\binom{-4}{1}, m = -\frac{1}{4}$

2)
$$\binom{x}{y} = \binom{-3}{-2} + k\binom{7}{-3}, m = -\frac{3}{7}$$
 3) $\binom{x}{y} = \binom{2}{-4} + k\binom{-4}{3}, m = -\frac{3}{4}$ 4) $\binom{x}{y} = \binom{5}{2} + k\binom{-4}{1}, m = -\frac{1}{4}$ 5) $\binom{x}{y} = \binom{0}{-2} + k\binom{1}{0}, m = 0$ 6) $\binom{x}{y} = \binom{8}{12} + k\binom{0}{1}, m = \infty$

Exercice 10: 1) $\left(\frac{9}{2}; 0\right)$ 2) (0; 9) 3) (7; -5) 4) $\left(\frac{11}{2}; -2\right)$ 5) (3; 3)

Exercice 11: 1) $\binom{x}{y} = \binom{-1}{0} + k\binom{1}{-1}$ 2) $\binom{x}{y} = \binom{1}{1} + k\binom{1}{0}$ 3) $\binom{x}{y} = \binom{2}{0} + k\binom{2}{1}$

Exercice 13:1) oui 2) oui 3) non 4) oui 5) oui 6) non

Exercice 14: 1) (10; 0) 2) (0; 4) 3) $\left(-\frac{55}{2}; 15\right)$ 4) $\left(3; \frac{14}{5}\right)$ 5) $\left(\frac{20}{7}; \frac{20}{7}\right)$ 6) (5; 2)

Exercice 15: 1) x + 4y - 23 = 0 2) 3x + 7y + 23 = 0 3) 3x + 4y + 10 = 0 4) x + 4y - 13 = 05) y + 2 = 0 6) x - 8 = 0

7

Exercice 16: 1)
$$m = \frac{5}{6}$$
; $\vec{d} = \binom{6}{5}$ 2) $m = -1$; $\vec{d} = \binom{1}{-1}$ 3) $m = \frac{4}{3}$; $\vec{d} = \binom{3}{4}$ 4) $m = 1$; $\vec{d} = \binom{1}{1}$ 5) $m = \frac{\sqrt{5}}{4}$; $\vec{d} = \binom{4}{\sqrt{5}}$ 6) $m = 0$; $\vec{d} = \binom{1}{0}$ 7) $m = \infty$; $\vec{d} = \binom{0}{1}$ 8) $m = \frac{4}{5}$; $\vec{d} = \binom{5}{4}$

Exercice 17: 1) x + 3y - 7 = 0 2) 5x + 4y - 47 = 0

Exercice 18: 1)
$$\binom{x}{y} = \binom{5}{3} + k\binom{6}{5}$$
 2) $\binom{x}{y} = \binom{5}{0} + k\binom{1}{-1}$ 3) $\binom{x}{y} = \binom{0}{0} + k\binom{3}{4}$ 4) $\binom{x}{y} = \binom{-\sqrt{30}}{-\frac{\sqrt{30}}{2}} + k\binom{1}{1}$ 5) $\binom{x}{y} = \binom{\sqrt{5}}{0} + k\binom{4}{\sqrt{5}}$ 6) $\binom{x}{y} = \binom{0}{\frac{8}{3}} + k\binom{1}{0}$ 7) $\binom{x}{y} = \binom{0}{0} + k\binom{0}{1}$ 8) $\binom{x}{y} = \binom{3}{7} + k\binom{5}{4}$

Exercice 19: 1) $\alpha = -\frac{1}{2}$ 2) $\beta = -\frac{1}{4}$

Exercice 21: 1) oui 2) non 3) non

Exercice 22:
$$d': \binom{x}{y} = \binom{3}{-3} + k\binom{1}{3}$$
 $d'': \binom{x}{y} = \binom{5/2}{7/3} + k\binom{1}{3}$

Exercice 23: 1) 2x - 3y - 19 = 0 2) x - 2y - 24 = 0

Exercice 25:1) parallèles 2) sécantes

3) confondues 4) confondues 5) parallèles 6) sécantes 7) confondues 8) parallèles 9) sécantes 10) sécantes

Exercice 26: 1) (-5; 7) 2)(2; 3) 3) droites confondues

Exercice 27: 1) (3; 2) 2) (5; -6) 3) (13; -17) 4) néant 5)
$$\left(-\frac{146}{5}; -\frac{8}{5}\right)$$
 6) $\left(-\frac{13}{5}; \frac{9}{35}\right)$ 7) $\left(-\frac{26}{53}; \frac{36}{53}\right)$ 8) (0; 2)

Exercice 28: 1) (4;0) 2) (-1;3) 3) néant 4) (1;2)

Exercice 29: 1)
$$\left(0; \frac{3}{4}\right)$$
 2) $\left(-\frac{2}{3}; \frac{7}{6}\right)$ 3) $\left(-\frac{1}{5}; \frac{3}{10}\right)$ 4) néant 5) $\left(-10; -1\right)$ 6) néant

GVS3 ex 4,8 et 9:

GVS3 ex 25:

GVS3 ex 25 et 28:





