

Exponentielles et logarithmes Série 1

Ne pas écrire sur l'énoncé ! Toutes les solutions sont en fin de série, tous les codes qr ont les explications. Il faut faire en classe avec l'aide de voisins ou enseignante et refaire à domicile pour vérifier si vous avez bien compris mais aussi pour mémoriser sur le long terme les différentes propriétés.

Exercice 1 : RECOPIER ET simplifier les expressions suivantes à l'aide des propriétés des puissances (SANS calculatrice)

a) $\frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 2^4}{2^{-1} \cdot 2^0 \cdot 2^{-3}}$

b) $\frac{(x+y)^{2/3} \cdot (x+y)^{-1/6}}{[(x+y)^2]^{1/4}}$

c) $\frac{3^{1/2} \cdot 3^{-2/3}}{3^{1/2} \cdot 3^{1/3}}$



d) $\frac{10^{x+y} \cdot 10^{y-x} \cdot 10^{y+1}}{10^{y+1} \cdot 10^{2y+1}}$

e) $[(x^{-2})^{-2}]^{-3}$

f) $\frac{(10^2)^{-3} \cdot (10^3)^{1/6}}{\sqrt{10} \cdot (10^4)^{-1/2}}$



Exercice 2 : Écrire les nombres réels ci-dessous sous forme de produits de puissances ou de racines de bases deux à deux distinctes :

Exemple :

$$\frac{(4x)^4 \cdot x^{-\frac{2}{3}}}{(2x)^{-2} \cdot x^{\frac{1}{3}}} = \frac{4^4 x^4 \cdot x^{-\frac{2}{3}}}{2^{-2} x^{-2} \cdot x^{\frac{1}{3}}} = (2^2)^4 \cdot 2^2 \cdot x^{4 - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} + 2} = 2^{8+2} \cdot x^5 = 2^{10} x^5$$



a) $\frac{(3a)^3 \cdot a^{-2/3}}{(2a)^{-2} \cdot a^{1/3}}$

b) $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{b^3}}{\sqrt[5]{c^2}}}$

c) $\frac{(a^{1/2})^2 \cdot (a^{-3})^2}{(a^{1/3})^{-2} \cdot a^{-1/3}}$

d) $\sqrt{\frac{\sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[3]{b^5}}{a^{-2} \cdot b^2}}$

e) $\frac{\left[\frac{3}{a^4 \cdot b^2} \right]^{\frac{1}{3}}}{[a^{1/2} \cdot b^{-2/5}]^{\frac{3}{2}}}$

f) $(\sqrt[n]{a})^n$

g) $\sqrt[n]{a \cdot b}$

h) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

i) $\sqrt[bn]{a^{bx}}$

j) $\sqrt{36x^2}$

k) $\sqrt[n]{\sqrt{a}}$

l) $\sqrt[a]{\sqrt{x^2 a y^{6a}}}$

m) $\sqrt[3]{64a^{12}b^6}$

n) $\sqrt[3]{125(a+b-c)^3}$

Exercice 3 : Effectuer les calculs ci-dessous à la calculatrice

a) 4^{-3}

b) $(-4)^{-3}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$

d) $\left(\frac{1}{8}\right)^{2/3}$

e) $(10^3)^0$

f) $-3 \cdot (-4)^{-1/2}$

g) $\sqrt[53]{208^{64} \cdot 304^{48}}$

h) $\sqrt[78]{135^{82} \cdot 35^{61}}$

i) $\sqrt{2}$

j) $\frac{15^4 \cdot 2130^4}{8^7 \cdot 66^5 \cdot 243^3}$

k) $\sqrt[5]{6,8}$

l) $\sqrt[5]{0,487^8}$

m) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$

n) $\sqrt[7]{\frac{36,5 \cdot 6,83}{0,876}}$

o) $\sqrt[3]{-42,7}$

p) $\sqrt[7]{\frac{\sqrt[4]{0,0295} \cdot 0,578^{12} \cdot \sqrt[3]{6,5^9}}{5,64^{3,2} \cdot \sqrt[6]{\frac{0,45}{3,81}} \cdot 0,00275^6}}$

Exercice 4 : Simplifier les expressions suivantes

a) $5^{n+1} \cdot 5^{n-1}$

b) $(a^3 b^4)^2$

c) $\left(\frac{a^{-3}}{a^{-4}}\right)^2$

d) $\frac{4^{n+3}}{4^4}$

e) $\frac{(a^2 b)^3 a^4}{(ab^3)^3}$

f) $\frac{a^5}{a^{-2}}$

Exercice 5 : Calculer sans calculatrice (idée : utiliser les propriétés des puissances et décomposition en nombres premiers)

a) $4^0 \cdot 4^{-2} \cdot 4^{-3}$

b) $\sqrt[3]{343}$

c) $\sqrt[4]{2401}$



d) $\sqrt[3]{0,512}$

e) $(\sqrt{5})^6$

f) $10^3 + 10^2$


Exercice 6 : Simplifier les expressions suivantes :

a) $8^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} + 81^{\frac{1}{4}} - 125^{\frac{1}{3}} - 1000^{\frac{2}{3}}$

b) $\sqrt{27^{-2/3}} + 5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}$

c) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$


Exercice 7 : Simplifier les expressions suivantes :

a) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[4]{a^3}}$

b) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}$

c) $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}$



d) $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2} \sqrt[4]{a}}$

e) $\frac{\sqrt[3]{a^5} \sqrt[6]{a}}{a^3}$

f) $\frac{(\sqrt{a})^3}{a \sqrt[3]{a^2}}$



Plus d'exercices ?

<http://www.gomaths.ch/divers.php> -> Nombres et opérations -> calcul avec des puissances

Solutions Série 1 :

Exercice 1 :

- a) $\frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 2^4}{2^{-1} \cdot 2^0 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^{3-2+4}}{2^{-1+0-3}} = \frac{2^5}{2^{-4}} = 2^{5-(-4)} = 2^9$ Important de recopier l'énoncé + faire des étapes !
- b) 1
- c) $3^{-1} = \frac{1}{3}$
- d) $10^{-1} = \frac{1}{10}$
- e) $x^{-12} = \frac{1}{x^{12}}$
- f) $10^{-4} = \frac{1}{10^4}$

Exercice 2 :

- | | | |
|---|-----------------------------|-----------------------|
| a) $2^2 \cdot 3^3 \cdot a^4$ | f) a | k) $a^{\frac{1}{nx}}$ |
| b) $a^{1/6} \cdot b^{3/8} \cdot c^{-1/5}$ | g) $a^{1/n} \cdot b^{1/n}$ | l) xy^3 |
| c) a^{-4} | h) $a^{1/n} \cdot b^{-1/n}$ | m) $4a^4b^2$ |
| d) $a^{5/4} \cdot b^{-1/6}$ | i) $a^{x/n}$ | n) $5(a+b-c)$ |
| e) $a^{-1/2} \cdot b^{23/30}$ | j) $6x$ | |

Exercice 3 :

- a) 0,015625 b) -0,015625 c) 0,131687243 d) 0,25 e) 1
- f) Domain error ! car racine d'un nombre négatif
- g) **Overflow error = pas assez de place sur la calculatrice pour calculer**
Astuce : simplifier l'énoncé à l'aide des propriétés des puissances avant de calculer à l'aide de la calculatrice : $\sqrt[53]{208^{64} \cdot 304^{48}} = 208^{64/53} \cdot 304^{48/53} = 111637,7426$
- h) Overflow error
Même astuce que en g) : $135^{82/78} \cdot 35^{61/78} = 2799,768015$
- i) 1,414213562 l) 0,316261508 o) -3,495231602
- j) 0,000027651 m) 0,910196392 p) 0,851284352
- k) 1,467242109 n) 2,241823161

Exercice 4 : a) 5^{2n} b) a^6b^8 c) a^2 d) 4^{n-1} e) $a^7b^{-6} = \frac{a^7}{b^6}$ f) a^7

Exercice 5 : a) $4^{-5} = \frac{1}{1024}$ b) 7 c) 7 d) 0,8 e) 125 f) 1100

Exercice 6 : a) -85 b) $16/3$ c) $\sqrt[8]{2^7}$

Exercice 7 : a) $\sqrt[12]{a}$ b) 1 c) $\sqrt[12]{a^7}$ d) $\sqrt[12]{a}$ e) $\frac{1}{\sqrt[6]{a^7}}$ f) $\frac{1}{\sqrt[6]{a}}$

