Fonctions Rationnelles Série 1

<u>Ne pas écrire sur l'énoncé !</u>
Les réponses se trouvent en fin de série.
Les corrections faites en classe seront sur Classroom.

Méthode de travail : Ce chapitre est très important en 3e. Il est important de comprendre chaque étape pour l'assimiler. Ne pas apprendre pour la prochaine évaluation mais comprendre pour que cela soit bien intégré.

Le travail dans le temps est important : 5-10 minutes par jour est mieux que 3h durant la semaine de l'épreuve.

La répétition consciente et pas mécanique. Si on ne réfléchit plus, c'est que c'est trop mécanique. En épreuve, il faut se reposer les bonnes questions : Quelle formule ? Quelle étape ? Quelle méthode ?

Exercice 1 :

<u>Simplifier au maximum</u> les fractions rationnelles suivantes, en donnant à chaque fois le <u>domaine de définition</u> :

a) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$ b) $\frac{4x^2+8x-12}{x^2-6x+5}$ c) $\frac{u^4-1}{u^3-u}$ d) $\frac{y^3+7y^2+6y}{y^2-2y-3}$

Exercice 2 :

<u>Effectuer les opérations</u> puis <u>simplifier au maximum</u> les fractions rationnelles obtenues, en donnant à chaque fois le <u>domaine de définition</u>.

a) $\frac{x^4-16}{x+2} \cdot \frac{2}{4x-2x^2}$

b) $\frac{a^2a^2-25}{16a^3-a} \cdot \frac{4a^2+a}{a^2+5}$

c) $\frac{a^2-4}{(4a^2)^2} \div \frac{a+2}{2a}$

d) $\frac{4}{x^2-3x+2} + \frac{2}{x^2-1}$

e) $\frac{2-2x}{2+3x} - \frac{2+3x}{2-3x}$

f) $\frac{3}{2z-1} + \frac{8z}{4z^2-1} - \frac{2}{2z+1}$

Plus d'exercices ?
Voir le livre Notions élémentaires, p. 98 ex 7 et 8

Exercice 3 :

1. Indiquez, si elles existent, les asymptotes verticales de ces fonctions ainsi que les valeurs de x non définies qui induisent un "trous" dans leur graphique.

a) $f(x) = \frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$ b) $f(x) = \frac{4x^2+8x-12}{x^2-6x+5}$ c) $f(x) = \frac{x^4-1}{x^3-x}$ d) $f(x) = \frac{x^3+7x^2+6x}{x^2-2x-3}$

2. Proposer l'expression algébrique d'une fonction avec les caractéristiques suivantes :

1) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-5;\ 3\}$, qui admet une A.V. de droite $x = -5$
2) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\,;2\}$, qui n'admet une aucune A.V.
3) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\,;0;3\}$, qui admet deux A.V. de droites : $x = -1$ et $x = 3$
4) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\,;1\}$, qui admet une A.V. de droite $x = 2$

Exercice 4 :

Indiquez, si elles existent, les asymptotes horizontales de ces fonctions.

a) $f(x) = \frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$ b) $f(x) = \frac{4x^2+8x-12}{x^2-6x+5}$ c) $f(x) = \frac{x^4-1}{x^3-x}$ d) $f(x) = \frac{x^3+7x^2+6x}{x^2-2x-3}$

Exercice 5 :

Pour les fonctions suivantes déterminer leur domaine de définition, puis déterminer si elles existent, les asymptotes horizontales et verticales de leur graphique.

a) $f(x) = \frac{3}{x-4}$

b) $g(x) = \frac{-3}{x+3}$

c) $h(x) = \frac{x^2-4x+4}{x^2+x-6}$

d) $i(x) = \frac{16x^2-25}{4x^2-5x}$

Exercice 6 :

Proposer l'expression algébrique d'une fonction avec les conditions suivantes :

- de domaine : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\,;2\}$,
- qui admet deux A.V. de droite $x = 1$ et $x = 2$
- qui admet une A.H. de droite $y = 1$.

Exercice 7 :

Déterminer l'équation de l'asymptote oblique des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{x^2-x-6}{x+1}$

b) $f(x) = \frac{2x^2-x-3}{x-2}$

c) $f(x) = \frac{8-x^3}{2x^2}$

d) $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2-9}$

Exercice 8 :

Déterminer les équations des asymptotes verticales des fonctions de l'exercice 7.

Exercice 9 :

Simplifier les fractions suivantes et déterminer leurs éventuelles asymptotes (verticale, horizontale, oblique) :

a) $f(x) = \frac{2x^2+x-6}{x^2+3x+2}$

b) $f(x) = \frac{x-1}{1-x^2}$

c) $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+2}$

d) $f(x) = \frac{x^2-x-6}{x^2-2x-3}$

e) $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x^2+3x+2}$

f) $f(x) = \frac{x+2}{4-x^2}$

Plus d'exercices ? Notions élémentaires p. 98 ex 6

Fonctions homographiques

dans le livre Notions élémentaires ? p. 97

Ex 1

Ex 3

Ex 4

Envie d'inventer un exercice ?

Notez vos questions à poser :

Notez les formules à ne pas oublier :

Corrigé Fonctions Rationnelles : Série 1

Exercice 1 :

a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, $\frac{x-2}{x+2}$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 5\}$, $\frac{4(x+3)}{x-5}$

c) $D = \mathbb{R} \setminus \{0; -1; 1\}$, $\frac{u^2+1}{u}$

d) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$, $\frac{y(y+6)}{y-3}$

Exercice 2 :

a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$, $\frac{-(x^2+4)}{x}$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{0; \frac{1}{4}; -\frac{1}{4}\right\}$, $\frac{a^2-5}{4a-1}$

c) $D = \mathbb{R}\ \{-2\,; 0\}$, $\frac{a-2}{8a^3}$

d) $D = \mathbb{R}\ \{-1; 1; 2\}$, $\frac{6x}{(x-2)(x-1)(x+1)}$

e) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{3}\,; \frac{2}{3}\right\}$, $\frac{-x(22+3x)}{(2+3x)(2-3x)}$

f) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\,; \frac{1}{2}\right\}$, $\frac{5}{2z-1}$

Exercice 3 :

a)

1) La fonction admet une A.V. de droite $= -2$, son graphique comporte un trou en $x = 2$ (car $f(2)$ n'est pas défini ; $2 \notin Domaine$)
2) La fonction admet une A.V. de droite $= 5$, son graphique comporte un trou en $x = 1$
3) La fonction admet une A.V. de droite $x = 0$,son graph comporte un trou en $x = -1, et\ x = 1$
4) La fonction admet une A.V. de droite $= 3$, son graphique comporte un trou en $x = -1$

b) Les fonctions ci-dessous sont des exemples, il existe d'autres solutions

1) $f(x) = \frac{x-3}{(x+5)(x-3)}$
2) $f(x) = \frac{3x^2(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)}$
3) $f(x) = \frac{x}{x(x-3)(x+1)}$
4) Impossible ! Si la droite $x = 2$ est une asymptote verticale de f, la fonction est non définie en $x = 2$ or ici $2 \in D_f$ (→ impossible !).

Exercice 4 :

a) La fonction admet une A.H. de droite $y = 1$

b) La fonction admet une A.H. de droite $y = 4$

c) La fonction n'admet pas d'A.H.

d) La fonction n'admet pas d'A.H.

Exercice 5 :

a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$, f admet une A.V. de droite $= 4$, et une A.H. de droite $y = 0$ $(n < k)$
b) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$, f admet une A.V. de droite $= -3$, et une A.H. de droite $y = 0$ $(n < k)$
c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\,;2\}$, f admet une A.V. de droite $x = -3$, et une A.H. de droite $y = 1(n = k)$
d) $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{0; \frac{5}{4}\right\}$, f admet une A.V. de droite $x = 0$, et une A.H. de droite $y = 4$ $(n = k)$

Exercice 6 :

Une fonction possible: $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$

Exercice 7 :

a) $y = x - 2$
b) $y = 2x + 3$
c) $y = -\frac{1}{2}x$
d) $y = x$

Exercice 8 :

a) $x = -1$
b) $x = 2$
c) $x = 0$
d) $x = -3 \;\; et\; x = 3$

Exercice 9 :

a) $y = 2\,; x = -1$
b) $y = 0\,; x = -1$
c) $y = x - 1$
d) $y = 1 : x = \; -1$
e) $y = 1\,; x = \; -1$
f) $y = 0\,; x = 2$

Méthode de travail :
Quand un exercice a plusieurs lettres, il est bon de revenir plusieurs fois dessus et ne pas tout faire au même moment. Faire une lettre sur deux en classe et garder le reste pour vos révisions.
Essayer d'imaginer une variante (une autre fonction mais avec les mêmes consignes).