Probabilités Série 1

NE PAS ECRIRE SUR L'ÉNONCÉ !

Il est important de réviser en refaisant des exercices depuis un énoncé vierge, sans indices ! Se poser les questions comme devant l'énoncé d'une épreuve.

Savoir se poser les bonnes questions est important.

Exercice 1 :

a) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de 4/10 et celle d'une fille de 6/10, déterminer la probabilité qu'une famille de 3 enfants soit constituée de :
(1) 3 filles (2) 1 garçon (3) 1 fille (4) 3 garçons

b) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de 4/10 et celle d'une fille de 6/10, déterminer la probabilité qu'une famille de 4 enfants soit constituée de :
(1) 4 filles (2) 1 garçon (3) 2 filles (4) 3 garçons (5) 0 fille

c) Si la probabilité qu'un garçon naisse est de p et celle d'une fille de $1-p$, trouver une formule qui donne la probabilité qu'une famille de n enfants soit constituée de k filles $(0 \leq k \leq n)$?

Indication : La représentation par arbre de classement est la bienvenue !

Exercice 2 :

Une pièce bien équilibrée est lancée 6 fois :

a) Quelle est la probabilité d'avoir **exactement** deux "piles" ?
b) Quelle est la probabilité d'avoir **au moins** 4 "piles" ?
c) Quelle est la probabilité d'avoir **au moins** 1 "pile" ?

Exercice 3 :

Mêmes questions que pour l'exercice 2, si la pièce n'est pas bien équilibrée et tombe avec une probabilité de $\frac{1}{3}$ sur "pile" et de $\frac{2}{3}$ sur "face".

Exercice 4 :

Un dé bien équilibré est lancé 5 fois.

a) Quelle est la probabilité qu'un 1 ou un 2 apparaissent exactement 3 fois ?
b) Quelle est la probabilité que n'apparaissent que des chiffres plus grands que 2 ?

Exercice 5 :

Une urne contient 10 boules, dont 6 rouges et 4 vertes. On tire une boule de l'urne, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne. On répète cette épreuve 3 fois de suite.

Quelle probabilité a-t-on, au cours de ces 3 épreuves successives indépendantes, de tirer au total 2 boules rouges et 1 verte ?

Exercice 6 :

Un centre de transfusion a établi le tableau suivant donnant la répartition des principaux groupes sanguins de ses donneurs :

	O	A	B	AB
$Rhésus\ +$	37%	38,1 %	6,2 %	2,8 %
$Rhésus\ -$	7%	7,2 %	1,2 %	0,5 %

a) Quelle est la probabilité qu'un donneur pris au hasard soit A_+ ?
b) Quelle est la probabilité qu'un donneur pris au hasard soit O ?
c) Quelle est la probabilité que, dans un groupe de 10 donneurs, aucun ne soit O_- ?
d) Quelle est la probabilité que, dans un groupe de 10 donneurs, quatre soient A_+ ?
e) Si on convoque dix donneurs, quelle est la probabilité d'avoir au moins les trois donneurs O_+ nécessaires à une opération ?

Exercice 7 :

On lance 4 fois un dé équilibré à 6 faces, numérotées de 1 à 6.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de 3 obtenus. Quelle est la loi de X ?

Que valent $P(X = 1)$ et $P(X \leq 3)$?

Exercice 8 :

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $B(3; p)$. On sait que $P(X = 0) = \frac{1}{125}$.

Que vaut la valeur de p ?

Exercice 9 :

Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale $B\left(5; \frac{1}{3}\right)$.

Calculer :

a) $P(X = 1)$ b) $P(X \geq 4)$ c) $P(X < 3)$

Solutions Série 1 Probabilités

Exercice 1 : **a) (1)** $C_3^3\left(\frac{6}{10}\right)^3\left(\frac{4}{10}\right)^0=\frac{27}{125}=21{,}6\%$ **(2)** $C_1^3\left(\frac{6}{10}\right)^2\left(\frac{4}{10}\right)^1=\frac{54}{125}=43{,}2\%$

(3) $C_1^3\left(\frac{6}{10}\right)^1\left(\frac{4}{10}\right)^2=\frac{36}{125}=28{,}8\%$ **(4)** $C_3^3\left(\frac{6}{10}\right)^0\left(\frac{4}{10}\right)^3=\frac{8}{125}=6{,}4\%$

b) (1) $C_4^4\left(\frac{6}{10}\right)^4\left(\frac{4}{10}\right)^0=\frac{81}{625}=12{,}96\%$ **(2)** $C_1^4\left(\frac{6}{10}\right)^3\left(\frac{4}{10}\right)^1=\frac{216}{625}=34{,}56\%$ **(3)** $C_2^4\left(\frac{6}{10}\right)^2\left(\frac{4}{10}\right)^2=\frac{216}{625}=34{,}56\%$

(4) $C_3^4\left(\frac{6}{10}\right)^1\left(\frac{4}{10}\right)^3=\frac{96}{625}=15{,}36$ **(5)** $C_0^4\left(\frac{6}{10}\right)^0\left(\frac{4}{10}\right)^4=\frac{16}{625}=2{,}56\%$

c) $B(k;n;1-p)=C_k^n(1-p)^kp^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}(1-p)^kp^{n-k}$

Exercice 2 : a) $B\left(2;6;\frac{1}{2}\right)=C_2^6\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{15}{64}\cong 23{,}44\%$

b) $B\left(4;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(5;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(6;6;\frac{1}{2}\right)=C_4^6\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2+C_5^6\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^1+C_6^6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{15}{64}+\frac{3}{32}+\frac{1}{64}=\frac{11}{32}\cong 34{,}38\%$

ou: $1-\left[B\left(0;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(1;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(2;6;\frac{1}{2}\right)+B\left(3;6;\frac{1}{2}\right)\right]=\frac{11}{32}\cong 34{,}38\%$

c) $1-B\left(0;6;\frac{1}{2}\right)=1-C_0^6\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^6=1-\frac{1}{64}=\frac{63}{64}\cong 98{,}44\%$

Exercice 3 : **a)** $B\left(2;6;\frac{1}{3}\right)=C_2^6\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{80}{243}\cong 32{,}92\%$

b) $B\left(4;6;\frac{1}{3}\right)+B\left(5;6;\frac{1}{3}\right)+B(6;6;3)=C_4^6\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^2+C_5^6\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^1+C_6^6\left(\frac{1}{3}\right)^6\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{20}{243}+\frac{4}{243}+\frac{1}{729}=\frac{73}{729}\cong 10{,}01\%$

ou: $1-\left[B\left(0;6;\frac{1}{3}\right)+B\left(1;6;\frac{1}{3}\right)+B\left(2;6;\frac{1}{3}\right)+B\left(3;6;\frac{1}{3}\right)\right]=\frac{73}{729}\cong 10{,}01\%$

c) $1-B\left(0;6;\frac{1}{3}\right)=1-C_0^6\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^6=1-\frac{64}{729}=\frac{665}{729}\cong 91{,}22\%$

Exercice 4 : **a)** $B\left(3;5;\frac{2}{6}\right)=C_3^5\left(\frac{2}{6}\right)^3\left(\frac{4}{6}\right)^2=\frac{40}{243}\cong 16{,}46\%$ **b)** $B\left(5;5;\frac{4}{6}\right)=C_5^5\left(\frac{4}{6}\right)^5\left(\frac{2}{6}\right)^0=\frac{32}{243}\cong 13{,}17\%$

Exercice 5 : $B\left(2;3;\frac{3}{5}\right)=C_2^3\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)^1=\frac{54}{125}\cong 43{,}2\%$ $P(R)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ $P(V)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

Exercice 6 : **a)** $P(A_+)=38{,}1\%$ **b)** $P(0)=P(O_+)+P(O_-)=44\%$

c) $P(aucun\ O_-)=B\left(0;10;\frac{7}{100}\right)=C_0^{10}\left(\frac{7}{100}\right)^0\left(\frac{93}{100}\right)^{10}\cong 48{,}40\%$

d) $P(4\ A_+)=B\left(4;10;\frac{38{,}1}{100}\right)=C_4^{10}\left(\frac{38{,}1}{100}\right)^4\left(\frac{61{,}9}{100}\right)^6\cong 24{,}89\%$

e) $P(au\ moins\ 3\ donneurs\ O_+)=1-B\left(0;10;\frac{37}{100}\right)-B\left(1;10;\frac{37}{100}\right)-B\left(2;10;\frac{37}{100}\right)=$

$1-C_0^{10}\left(\frac{37}{100}\right)^0\left(\frac{63}{100}\right)^{10}-C_1^{10}\left(\frac{37}{100}\right)^1\left(\frac{63}{100}\right)^9-C_2^{10}\left(\frac{37}{100}\right)^2\left(\frac{63}{100}\right)^8\cong 77{,}94\%$

Exercice 7 : a) Loi binomiale de paramètre $n=4$ et $p=\frac{1}{6}$ donc $B\left(4;\frac{1}{6}\right)$

b) $\mathrm{P}(\mathrm{X}=1)=\mathrm{C}_1^4\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{324}$

$P(X\leq 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=\frac{625+500+150+20}{1296}=1295$

Ou $P(X\leq 3)=1-P(X=4)=1-\frac{1}{1296}=\frac{1295}{1296}$

Exercice 8 : $P(X=0)=\frac{1}{125}=C_0^3p^0(1-p)^3=\frac{1}{5^3}$ donc $1-p=\frac{1}{5}$ finalement $p=\frac{4}{5}$.

Exercice 9 :

a) $P(X=1)=\frac{80}{243}$

b) $P(X\geq 4)=P(X=4)+P(X=5)=\frac{10}{243}+\frac{1}{243}=\frac{11}{243}$

c) $P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=\frac{32+80+80}{243}=\frac{192}{243}=\frac{64}{81}$