

Algèbre, Série 1

S'il n'y a pas d'autres instructions dans un exercice, toujours donner la réponse sous forme **exacte** réduite (pas d'arrondi).

NE PAS ECRIRE SUR L'ENONCE ! Il est important d'apprendre à **rédigé** correctement et de réviser en refaisant les exercices et pas simplement lire des réponses ! *Le basketteur n'est pas un bon sportif s'il passe son entraînement à lire le règlement ! Il faut faire et refaire des exercices pour améliorer les performances (compréhension, rapidité, liens entre les exercices).*

Exercice 1 :

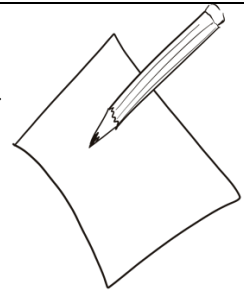
Si la lettre n représente un nombre entier ($n \in \mathbb{Z}$), comment peut-on représenter :

- a) Cet entier augmenté de 3 ?
- b) Le triple de cet entier ?
- c) La somme de cet entier et de son successeur ?
- d) Le produit de cet entier et de son prédécesseur ?



Exercice 2 : n représente un nombre entier

- a) Écrire la somme de cet entier, de son prédécesseur et de son successeur
- b) Écrire un multiple de 4
- c) Écrire un nombre pair
- d) Écrire un nombre impair
- e) Ecrire la somme de deux multiples de 7 consécutifs.



Exercice 3 :

En utilisant la lettre n pour désigner un nombre entier :

- a) Ecrire la somme de cinq entiers consécutifs.
- b) Montrer que cette somme est forcément un multiple de 5.

Exercice 4 :

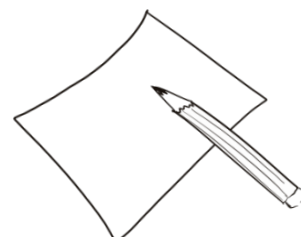
Est-il possible que la somme de quatre entiers consécutifs soit un multiple de 4 ?

(Inspirez-vous des exercices précédents pour justifier votre réponse)

Exercice 5 :

Si a désigne un nombre entier, comment peut-on écrire :

- a) Le carré du successeur de a ?
- b) Le successeur de la somme du carré et du double de a ?
- c) Quelle est la différence entre ces deux nombres ?



Exercice 6 :

Trouver, si possible, deux nombres qui sont des éléments de

- a) $\mathbb{R}$ mais pas de $\mathbb{Q}$ b) $\mathbb{Z}$ mais pas de $\mathbb{N}$ c) $\mathbb{N}$ mais pas de $\mathbb{Z}$.

Exercice 7 : Calculer.

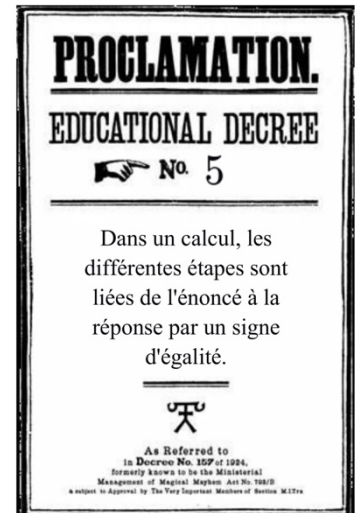
- a) $-3.4 + (-4.7) =$ c) $54 - 63 - 11 + 73 - 108 =$
 b) $13.8 - 24.5 =$ d) $-4.16 + 0.97 + 10.16 - 1 =$

Exercice 8 : Calculer.

- e) $(-6)(+7) =$
 f) $(-156) \div (-8) =$
 g) $(-1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (-1) \div ((-1) \cdot (+1)) =$
 h) $(-2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (-2) : ((-2) \cdot (+2)) =$

Exercice 9 : Calculer.

- i) $17.4 - (7.4 - 12.1) =$
 j) $-56 + 7.12 =$
 k) $(-4.5 - 9.9) : (-5.8 + 7) =$
 l) $4.73 \cdot 2 - 6 \cdot (2 + 2.73) - (-14.8 + 20.8) \cdot 4.73 =$

**Exercice 10 :** Déterminer la décomposition en facteurs premiers des nombres donnés. (Dans l'ordre croissant).

Exemple : $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

- a) 345 c) 43 e) 688
 b) 219 d) 1024 f) 8190

Exercice 11 : Déterminer le **pgdc** (plus grand diviseur commun) et le **ppmc** (plus petit multiple commun) des nombres donnés.

(La réponse peut être laissée sous forme de facteurs premiers, ordonnés comme dans l'exercice précédent ou en multipliant les facteurs.)

Exemple : $pgdc(24; 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$ et $ppmc(24; 60) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

- a) 225 et 105 c) 12, 18 et 21
 b) 345 et 219 d) 345, 688 et 8190

**Exercice 12 :**

Christelle et Cyril font des tours de stade. Christelle fait un tour en 54 minutes et Cyril en 72 minutes. Quel sera le temps minimal jusqu'à ce qu'ils se croisent de nouveau sur la ligne de départ s'ils commencent la course au même moment ?

Exercice 13 : Calculer.

a) $\frac{7}{240} - \frac{13}{360} + \frac{17}{300} =$

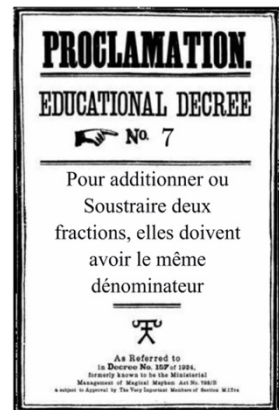
e) $\left(\frac{6}{17} - \frac{9}{2}\right) : \frac{34}{3} =$

b) $\frac{252}{752} \cdot \frac{94}{49} =$

f) $\frac{\left(-\frac{4}{7} + \frac{3}{5}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}}{\left(-\frac{4}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right)} =$

c) $\frac{7}{5} : \frac{35}{25} =$

d) $\left(\frac{6}{17} - \frac{9}{2}\right) \cdot \frac{34}{3} =$

**Exercice 14 :** Transformer en fractions :

a) 0.35

b) $0.\overline{7}$

c) $1.\overline{21}$

d) $4.\overline{457}$



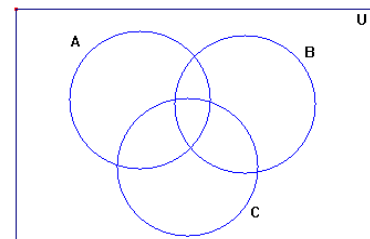
e) $3.\overline{147}$

f) $-3.\overline{147}$

Exercice 15

A l'aide d'un diagramme de Venn (cf. modèle ci-contre), représenter les ensembles suivants.

(Un diagramme par réponse)



1) $A \cup B \cup C$

2) $A \cap C$

3) $(A \cup B) \cap C$

4) $(A \cap B) \cup C$

5) $(A \cup C) \setminus B$

6) $(A \cap B) \setminus C$

7) $\overline{A \cap B}$

8) $\overline{A} \cap \overline{B}$



9) $A \cap \overline{C}$

10) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

11) $(A \cup B) \setminus (B \cap C)$

Exercice 16

Réduire les écritures suivantes. (A, B et C sont des ensembles non-vides).

Il s'agit de trouver une écriture plus simple pour décrire les ensembles donnés.

Là aussi, un diagramme de Venn peut être utile.

1) $(A \cap B) \setminus A =$

3) $B \cup (A \cap B) =$

2) $B \setminus (A \cap B) =$

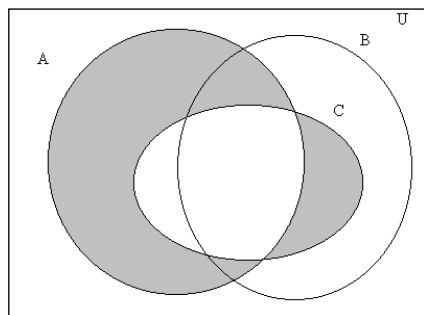
4) $(A \setminus C) \cap (C \setminus A) =$

Exercice 17

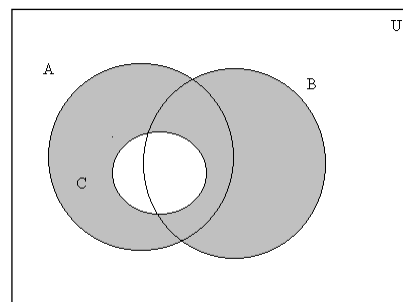
Décrire les ensembles ombrés à l'aide des symboles usuels.



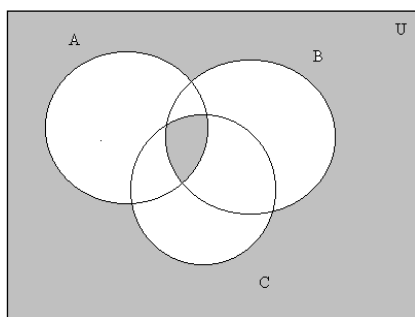
a)



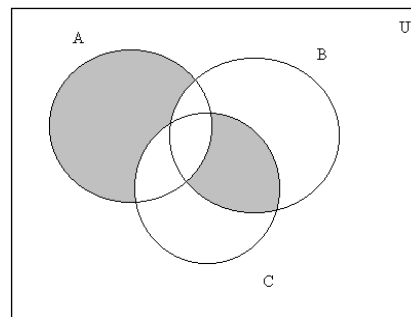
b)



c)



d)



Exercice 18 : On considère trois sous ensembles de l'univers $U = \{a ; b ; c ; d ; e\}$:

$$A = \{a ; b ; c\}$$

$$B = \{a ; d\}$$

$$C = \{a ; b ; d\}$$

Énumérer les éléments de :

1) $A \cap B \cap C$

3) $B \setminus (A \cap B)$

5) $B \setminus (A \cup C)$

2) $A \setminus B$

4) $(A \cap B) \setminus C$

6) $U \setminus (A \cup B \cup C)$

Un diagramme de Venn peut être utile.

Exercice 19

Compléter par l'un des symboles $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$ de sorte à obtenir une affirmation cohérente et vraie.

Rappel : $\in$ signifie "est un élément de"

$\subset$ signifie "est un sous-ensemble de"

1) $0 \dots \mathbb{R}$

2) $\{0\} \dots \mathbb{R}$

3) $\{1 ; 3\} \dots \mathbb{N}$

4) $3 \dots \mathbb{N}$



5) $\pi \dots \mathbb{Q}$

6) $\{0 ; 1\} \dots \mathbb{Z}^*$

7) $\{1 ; 3 ; 7\} \dots \mathbb{N}^*$

8) $\{\sqrt{3} ; 4 ; 5\} \dots \mathbb{R}$

9) $\{a\} \dots \{a ; b ; c\}$

10) $\{b\} \dots \{a ; c\}$

11) $\{b\} \dots \{a ; b\}$

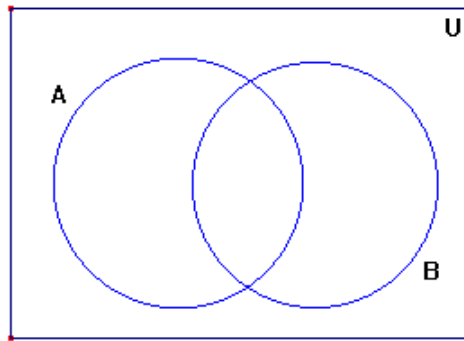
12) $c \dots \{a ; b\}$

Exercice 20

On considère le référentiel $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ et les ensembles A et B.

- On sait que :
- a) $A \cup B = \{1; 3; 5; 7\}$
 - b) $B \setminus A = \emptyset$
 - c) $A \setminus B = \{3\}$

Placer tous les éléments de U dans le diagramme ci-dessous.



Exercice 21

Trouver les ensembles A et B sachant que l'on a :

- $A \cup B = \{a; b; c; d; e\}$
- $A \cap B = \{b; c; d\}$
- $a \notin B \setminus A$
- $e \notin A \setminus B$

Exercice 22

Considérons les quatre sous-ensembles réels suivants.

$$A = [-4; 2[$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } -1 \leq x < 4\}$$

$$C =]1; \infty[$$

$$D = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x \leq 2\}$$



- 1) Représenter ces quatre intervalles sur une droite graduée.
- 2) Effectuer les opérations suivantes.

$$A \cap C =$$

$$C \cup D =$$

$$(C \setminus D) \cap B =$$

$$A \cap B \cap C =$$

$$D \setminus A =$$

$$(C \setminus D) \cup A =$$

$$A \setminus B =$$

$$(A \cup C) \setminus B =$$

$$A \cap \mathbb{N} =$$

Exercice 23

Ecrire différemment les ensembles suivants.

1) $\{x|x \in \mathbb{N} \text{ et } x < 5\}$

2) $\{x|x \in \mathbb{R} \text{ et } 0 \leq x < \frac{3}{4}\}$

3) $\{x|x \in \mathbb{N} \text{ et } x \leq -10\}$

4) $\{x|x \in \mathbb{R} \text{ et } -3 \leq x \leq -1\}$

5) $\{12 ; 13 ; 14 ; 15 ; \dots\}$

6) $\mathbb{R}$

7) $\{-2 ; -1 ; 0 ; 1\}$



Exercice 24

Compléter, si possible, de sorte que l'égalité soit vraie.

1) $] -10 ; \dots] \cap] \dots ; \dots [=] -2 ; 4]$

2) $[0 ; \dots] \cup [\dots ; 5] = [-1 ; 10]$

3) $] \dots ; 2 [\cap] \dots ; 3] = \emptyset$

4) $[-2 ; 2] \cap [\dots ; \dots] = [0 ; \dots]$

5) $[-2 ; 3] \setminus [0 ; \dots] = [\dots ; \dots [$

Exercice 25

Trouver, si possible, deux intervalles A et B de sorte que $A \cup B =]0 ; 3]$ et $A \cap B = [1 ; 3/2]$.

➤ Voir livre CRM Notions élémentaires exercices §1.5



Solutions Algèbre Série 1

Ex 1: a) $n + 3$ b) $3n$ c) $n + n + 1 = 2n + 1$ d) $n(n - 1) = n^2 - n$

Ex 2: a) $n + n - 1 + n + 1 = 3n$ b) $4n$ c) $2n$ d) $2n+1$

e) $7n + 7(n + 1) = 7n + 7n + 7 = 14n + 7$

Ex 3:

a) $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 = 5n + 10$

b) $5n + 10 = 5(n + 2) = \text{multiple de } 5$

Ex 4: $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6 \neq 4(\dots)$

Faux, on ne peut pas mettre 4 en évidence

Ex 5: a) $(a + 1)^2$ b) $a^2 + 1 + 2a$ c) $(a + 1)^2 - (a^2 + 1 + 2a) = 0$

Ex 6: a) π b) -1 c) impossible

Ex 7: a) $-8,1$ b) $-10,7$ c) -55 d) $5,97$

Ex 8: e) -42 f) $19,5$ g) -1 h) -4

Ex 9: i) $22,1$ j) $-48,88$ k) -12 l) $-47,3$

Ex 10:

a) $345 = 3 \cdot 5 \cdot 23$ b) $219 = 3 \cdot 73$ c) $43 = 43$ d) $1024 = 2^{10}$ e) $688 = 2^4 \cdot 43$

f) $8190 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$

Ex 11:

a) $ppcm(225; 105) = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7;$

$pgcd(225; 105) = 3 \cdot 5$

b) $ppcm(345; 219) = 3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 73;$

$pgcd(345; 219) = 3$

c) $ppcm(12; 18) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7;$

$pgcd(12; 18) = 3$

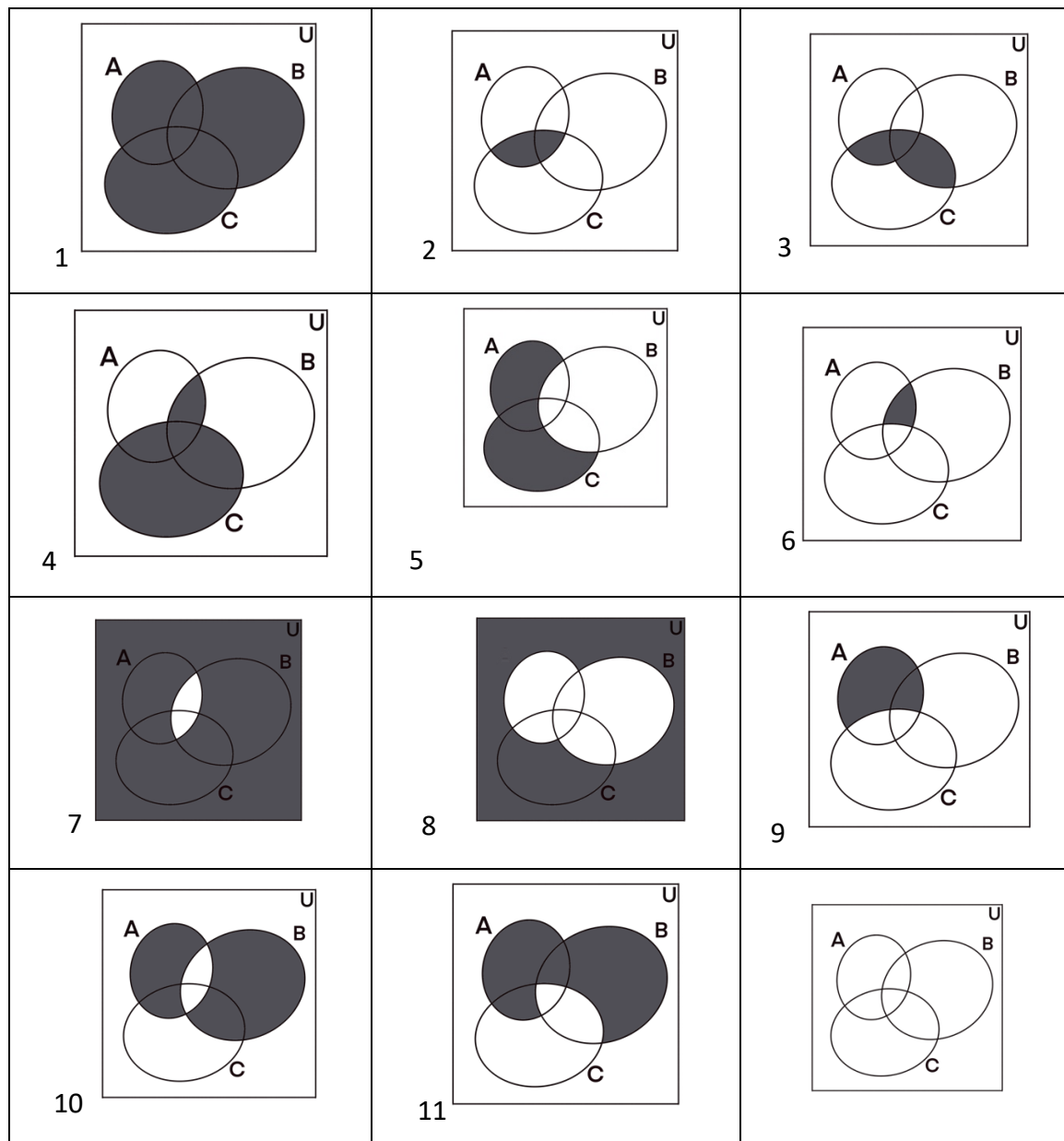
d) $ppcm(345; 688; 8190) = 2^4 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 23 \cdot 43;$

$pgcd(345; 688; 8190) = 1$

Ex 12 : $ppcm(54; 72) = 2^3 \cdot 3^3 = 216 \text{ minutes}$

Ex 13 : a) $\frac{179}{3600}$ b) $9/14$ c) 1 d) -47 e) $-423/1156$ f) $1/760$

Ex 14 : a) $7/20$ b) $7/9$ c) $40/33$ d) $4453/999$ e) $1048/333$ f) $-1558/495$

Solution ALS1 Exercice 15 : N'oubliez pas l'Univers !!!**Ex 16 :** 1) $\emptyset$ 2) $B \setminus A$ 3) B 4) $\emptyset$ **Ex 17 :** a) $(A \setminus C) \cup (C \setminus A)$ b) $(A \cup B) \setminus C$ c) $(A \cap B \cap C) \cup \overline{A \cup B \cup C}$ d) $[A \setminus (B \cup C)] \cup [(B \cap C) \setminus A]$ **Ex 18 :** 1) $\{a\}$ 2) $\{b; c\}$ 3) $\{d\}$ 4) $\emptyset$ 5) $\emptyset$ 6) $\{e\}$ **Ex 19 :** 1) $\in$ 2) $\subset$ 3) $\subset$ 4) $\in$ 5) $\notin$ 6) $\neq$ 7) $\subset$ 8) $\subset$ 9) $\subset$ 10) $\neq$ 11) $\subset$ 12) $\notin$ **Ex 21 :** $A = \{a; b; c; d\}$ $B = \{b; c; d; e\}$

Ex 22: $A \cap C =]1; 2[$ $A \cap B \cap C =]1; 2[$ $A \setminus B = [-4; -1[$ $A \cap \mathbb{N} = \{0; 1\}$
 $C \cup D =]-\infty; \infty[= \mathbb{R}$ $D \setminus A =]-\infty; -4[\cup \{2\}$ $(A \cup C) \setminus B = [-4; -1[\cup [4; +\infty[$
 $(C \setminus D) \cap B =]2; 4[$ $(C \setminus D) \cup A = [-4; +\infty[\setminus \{2\}$

Ex 23 : 1) $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ 2) $[0; \frac{3}{4}[$ 3) $\emptyset$ 4) $[-3; -1]$ 5) $\{x | x \in \mathbb{N}; x \geq 12\}$ 6) $] -\infty; \infty[$
 7) $\{x | x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 1\}$

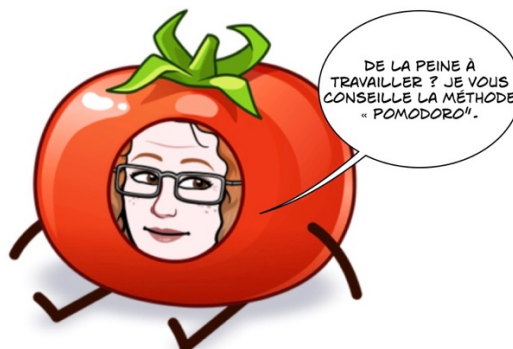
Ex 24 : 1) $] -10; 4] \cap] -2; 6[=] -2; 4]$ 2) $[0; 10] \cup [-1; 5] = [-1; 10]$
 3) $] -1; 2[\cup]2; 3[= \emptyset$ 4) $[-2; 2] \cap [0; 3[= [0; 2]$ 5) $[-2; 3] \setminus [0; 3] = [-2; 0[$

Ex 25 : $A =]0; \frac{3}{2}]$ $B = [1; 3]$

Pour entrainer les **intervalles** : Notions élémentaires p.9 en 2 & p. 10 ex 7 à 9

Pour entrainer les **ensembles** : Notions élémentaires p.9-10 ex 1 & 3 à 6

Rappels notation des ensembles, des intervalles, des opérations sur les ensembles : p.2-3 N.E.



Une page du formulaire de la CRM :

Nombres premiers inférieurs à 5000

2	353	811	1297	1823	2371	2909	3517	4073	4663
3	359	821	1301	1831	2377	2917	3527	4079	4673
5	367	823	1303	1847	2381	2927	3529	4091	4679
7	373	827	1307	1861	2383	2939	3533	4093	4691
11	379	829	1319	1867	2389	2953	3539	4099	4703
13	383	839	1321	1871	2393	2957	3541	4111	4721
17	389	853	1327	1873	2399	2963	3547	4127	4723
19	397	857	1361	1877	2411	2969	3557	4129	4729
23	401	859	1367	1879	2417	2971	3559	4133	4733
29	409	863	1373	1889	2423	2999	3571	4139	4751
31	419	877	1381	1901	2437	3001	3581	4153	4759
37	421	881	1399	1907	2441	3011	3583	4157	4783
41	431	883	1409	1913	2447	3019	3593	4159	4787
43	433	887	1423	1931	2459	3023	3607	4177	4789
47	439	907	1427	1933	2467	3037	3613	4201	4793
53	443	911	1429	1949	2473	3041	3617	4211	4799
59	449	919	1433	1951	2477	3049	3623	4217	4801
61	457	929	1439	1973	2503	3061	3631	4219	4813
67	461	937	1447	1979	2521	3067	3637	4229	4817
71	463	941	1451	1987	2531	3079	3643	4231	4831
73	467	947	1453	1993	2539	3083	3659	4241	4861
79	479	953	1459	1997	2543	3089	3671	4243	4871
83	487	967	1471	1999	2549	3109	3673	4253	4877
89	491	971	1481	2003	2551	3119	3677	4259	4889
97	499	977	1483	2011	2557	3121	3691	4261	4903
101	503	983	1487	2017	2579	3137	3697	4271	4909
103	509	991	1489	2027	2591	3163	3701	4273	4919
107	521	997	1493	2029	2593	3167	3709	4283	4931
109	523	1009	1499	2039	2609	3169	3719	4289	4933
113	541	1013	1511	2053	2617	3181	3727	4297	4937
127	547	1019	1523	2063	2621	3187	3733	4327	4943
131	557	1021	1531	2069	2633	3191	3739	4337	4951
137	563	1031	1543	2081	2647	3203	3761	4339	4957
139	569	1033	1549	2083	2657	3209	3767	4349	4967
149	571	1039	1553	2087	2659	3217	3769	4357	4969
151	577	1049	1559	2089	2663	3221	3779	4363	4973
157	587	1051	1567	2099	2671	3229	3793	4373	4987
163	593	1061	1571	2111	2677	3251	3797	4391	4993
167	599	1063	1579	2113	2683	3253	3803	4397	4999
173	601	1069	1583	2129	2687	3257	3821	4409	
179	607	1087	1597	2131	2689	3259	3823	4421	
181	613	1091	1601	2137	2693	3271	3833	4423	
191	617	1093	1607	2141	2699	3299	3847	4441	
193	619	1097	1609	2143	2707	3301	3851	4447	
197	631	1103	1613	2153	2711	3307	3853	4451	
199	641	1109	1619	2161	2713	3313	3863	4457	
211	643	1117	1621	2179	2719	3319	3877	4463	
223	647	1123	1627	2203	2729	3323	3881	4481	
227	653	1129	1637	2207	2731	3329	3889	4483	
229	659	1151	1657	2213	2741	3331	3907	4493	
233	661	1153	1663	2221	2749	3343	3911	4507	
239	673	1163	1667	2237	2753	3347	3917	4513	
241	677	1171	1669	2239	2767	3359	3919	4517	
251	683	1181	1693	2243	2777	3361	3923	4519	
257	691	1187	1697	2251	2789	3371	3929	4523	
263	701	1193	1699	2267	2791	3373	3931	4547	
269	709	1201	1709	2269	2797	3389	3943	4549	
271	719	1213	1721	2273	2801	3391	3947	4561	
277	727	1217	1723	2281	2803	3407	3967	4567	
281	733	1223	1733	2287	2819	3413	3989	4583	
283	739	1229	1741	2293	2833	3433	4001	4591	
293	743	1231	1747	2297	2837	3449	4003	4597	
307	751	1237	1753	2309	2843	3457	4007	4603	
311	757	1249	1759	2311	2851	3461	4013	4621	
313	761	1259	1777	2333	2857	3463	4019	4637	
317	769	1277	1783	2339	2861	3467	4021	4639	
331	773	1279	1787	2341	2879	3469	4027	4643	
337	787	1283	1789	2347	2887	3491	4049	4649	
347	797	1289	1801	2351	2897	3499	4051	4651	
349	809	1291	1811	2357	2903	3511	4057	4657	