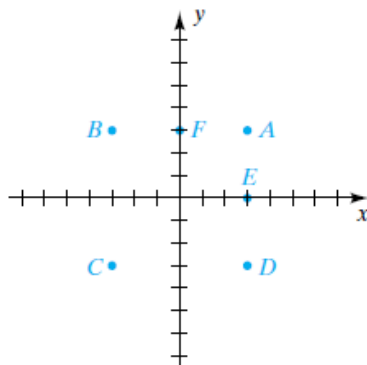


Analyse : Série 1

Exercice 1 : Reporter les points $A(5; -2)$, $B(-5; -2)$, $C(5; 2)$, $D(-5; 2)$, $E(3; 0)$ et $F(0; 3)$ dans un plan de coordonnées.

Exercice 2 : Donner les coordonnées des points A à F



Ne pas écrire sur l'énoncé :

- 1) **Pour pouvoir refaire** les exercices sans avoir les solutions sous les yeux. Il faut être face à une page blanche, comme en épreuve pour se poser les bonnes questions.
- 2) **Pour écrire correctement** et non n'importe comment : il faut apprendre à rédiger mais il faut pouvoir être lu par n'importe qui : l'enseignante (si besoin de poser des questions), les élèves qui poseraient des questions (lors d'absences)
- 3) Parce que si on fait faux, il ne faut pas que la faute reste sur l'énoncé : **risque de fossiliser** les fautes (très difficile de se sortir de mauvais automatismes de la tête. N'oubliez pas de vérifier les solutions en fin de série !

Exercice 3 : On considère la fonction définie par $f: x \mapsto (x - 1)(x - 2)$

- | | |
|--|---|
| 1) Quelle est l'ordonnée à l'origine de f ? | 3) Déterminer l'image de -1 |
| 2) Déterminer le(s) zéro(s) de la fonction f | 4) Déterminer le domaine de définition de f . |

Exercice 4 : On considère la fonction définie par $f: x \mapsto -3x - 3$

- | | |
|-----------------------------------|---|
| a) Quelle est l'image de 2 ? | c) Quelle est la valeur de $f(x)$ en -1 ? |
| b) Y a-t-il une préimage de 2 ? | d) Y a-t-il des préimages de -2 ? |

Exercice 5 : Déterminer les domaines de définition des fonctions données comme suit.

- | | | |
|----------------------------|-------------------------|---------------------------|
| a) $f: x \mapsto 3x^2 + 1$ | b) $f(x) = \frac{2}{x}$ | c) $f(x) = \frac{3}{x+7}$ |
|----------------------------|-------------------------|---------------------------|

Exercice 6 : Représenter graphiquement les fonctions définies ci-dessous pour $x \in [-5; 5]$

a) $f(x) = 2$

b) $f(x) = x$

Exercice 7 : Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{x-3}$$

a) Déterminer son domaine de définition

c) Calculer $f(-10)$

b) Calculer l'image de 7

d) Quelle est l'image de 14 ?

Exercice 8 : Soit la fonction f définie par $f: x \mapsto 4x - 7$

a) Déterminer son domaine de définition

d) Calculer toutes les préimages de 7

b) Calculer l'image de -3

e) Déterminer les valeurs de x tel que

c) Calculer $f(-1)$

$$f(x) = -11$$

Exercice 9 : Soit la fonction f définie par

$$f: x \mapsto 3x^2 + x - 1$$

a) Déterminer son domaine de définition

d) Calculer l'image de 4

b) Calculer $f(-10)$

e) Calculer toutes les préimages de -1

c) Déterminer les valeurs de x tels que
 $f(x) = -2$

Exercice 10 : Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4}$$

a) Déterminer son domaine de définition

c) Calculer $f(-1)$

b) Calculer l'image de 0

d) Quelle est l'image de 2

Exercice 11 :

Déterminer le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{2-x}$

Exercice 12 :

On appelle zéros d'une fonction f les valeurs de x telles que $f(x) = 0$.

Déterminer les zéros des fonctions données ci-dessous :

a) $f: x \mapsto x + 3$

d) $f: x \mapsto 5 - 3x$

b) $f(x) = x^2 + 1$

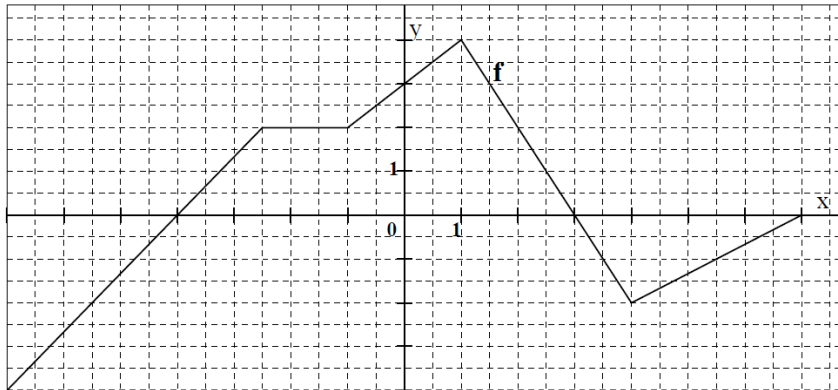
e) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

c) $f(x) = x^3 - 4x$

f) $f: x \mapsto 7$

Exercice 13 :

- a) Le graphe ci-dessous est celui d'une fonction. Imaginez un phénomène que cette fonction pourrait décrire.
- b) D'après la représentation graphique de f , déterminez :
- Les images de -6 , -4 , -2 , 0 , 2 , 4 et $5,5$ par la fonction f .
 - Les préimages de -2 , 0 , 2 , 3 , 4 et $4,5$ par la fonction f .
 - Les zéros de f et son ordonnée à l'origine.



Exercice 14 :

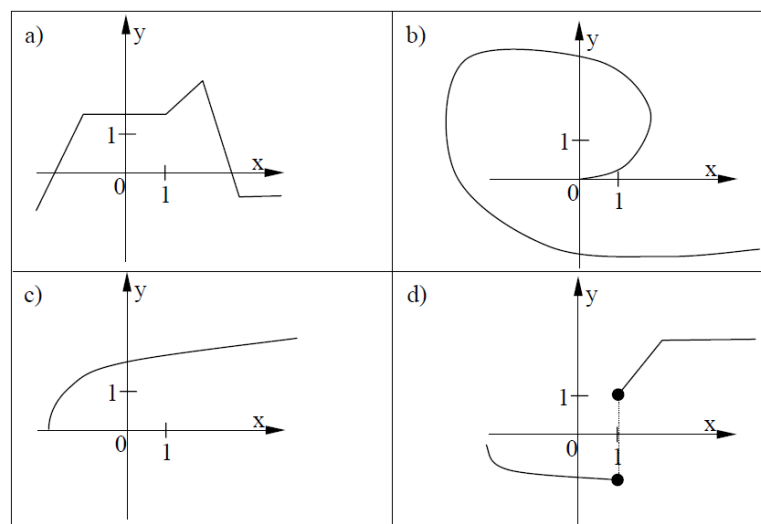
Esquisser pour $x \in [-3; 3]$ le graphe de la fonction f définie par $f(x) = x^2$

Exercice 15 :

Esquisser pour $x \in [-7; 10]$ le graphe d'une fonction f qui satisfait sur cet intervalle aux conditions suivantes :

- | | |
|---|---|
| a) $f(-1) = 4$ | d) f est définie partout sauf en $x = 0$ et $x = 1$ |
| b) -2 et 3 sont les seules préimages de 5 | e) 2 possède exactement trois préimages |
| c) Les zéros de f sont -6 et 8 | f) -1 ne possède pas de préimage |

Exercice 16 : Parmi les courbes suivantes, lesquelles sont représentatives d'une fonction réelle ?



Exercice 17 :

Identifiez le graphique qui représente chacune des fonctions suivantes :

1) $f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto 2x$

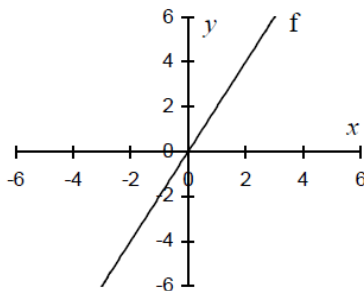
4) $f_4: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{2}{3}x + \frac{3}{7}$

2) $f_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{1}{x}$

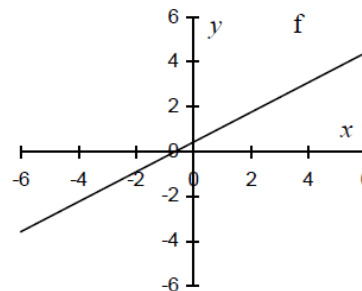
5) $f_5: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \sqrt{x}$

3) $f_3: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x^2 + \frac{3}{4}x - \pi$

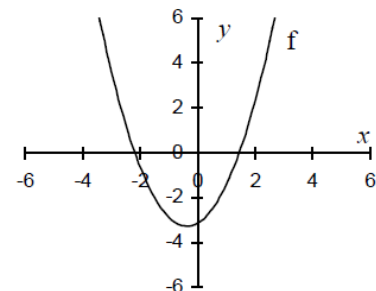
Graphique a)



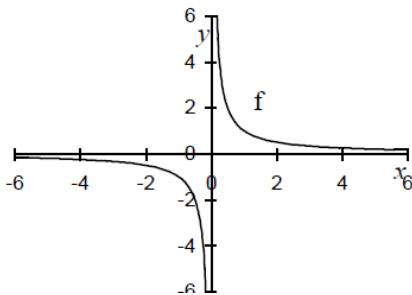
Graphique b)



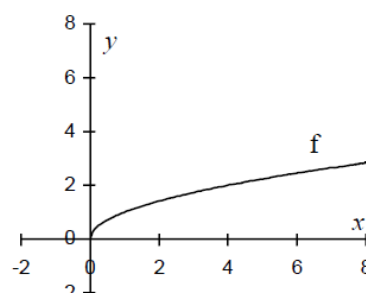
Graphique c)



Graphique d)



Graphique e)



Exercice 18 :

Représentez graphiquement une fonction f ayant simultanément toutes les propriétés suivantes :

- L'image de 1 vaut 2.
- $f(-2) = 1$
- $f(-3) = 0$
- L'image de 6 vaut 0.
- -3 ne possède qu'une seule préimage qui est 5
- -1 possède 3 préimages qui sont : -5 , 0 et 7 .

Exercice 19 :

Voici les représentations graphiques de trois fonctions f, g et h de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

a) Lecture d'image : Déterminez à partir de ces graphiques :

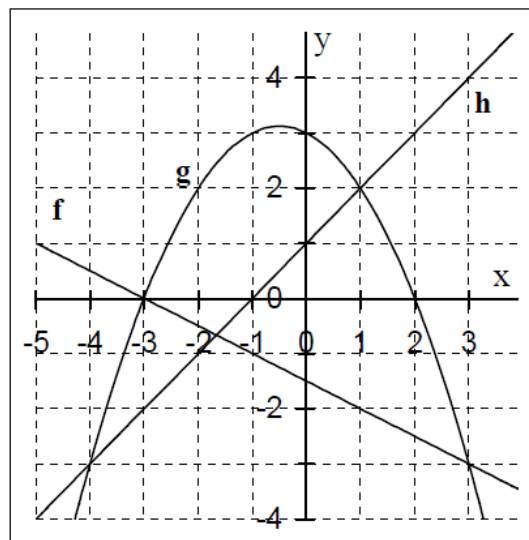
$$f(1), f(-2), f(0), g(1), g(-2), g(0), h(1), g(-2), h(0)$$

b) **Vrai ou faux ?** « Le point $(-49; -48)$ appartient à la courbe représentative de h »

c) Lecture de préimages : Complétez :

- Si $f(x) = -3$, alors $x =$
- Si $g(x) = 3$, alors $x =$
- Si $h(x) = 0$, alors $x =$
- Si $f(x) = h(x)$, alors $x =$
- Si $f(x) = g(2)$, alors $x =$
- Si $g(x) = g(x+1)$, alors $x =$
- Si $f(x) = h(-3)$, alors $x =$
- Si $g(x) > f(x)$, alors $x =$
- Si $f(x) = h(x)$, alors $x =$

d) Quel est l'ensemble des zéros de f, g et h ?



Exercice 20 :

Parmi les fonctions ci-dessous, laquelle a un graphe passant par le point $(2; -3)$?

a) $f(x) = 2x - 3$

c) $h(x) = 4(x + 2) + 3$

b) $g(x) = -3x + 2$

d) $j(x) = 2(x - 1) - 5$

Exercice 21 :

Pour chaque fonction, déterminez : $D_f, Z_f, f(0)$

a) $f(x) = 3x + 2$

h) $f(x) = \frac{5}{x^2 + x - 12}$

b) $f(x) = x^2 - 9$

i) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

j) $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

d) $f(x) = \sqrt{x}$

k) $f(x) = \sqrt{x^2}$

e) $f(x) = \sqrt{x+5}$

l) $f(x) = (\sqrt{x})^2$

f) $f(x) = \sqrt{7-2x}$

m) $f(x) = \sqrt{(x-4)(5-x)}$

g) $f(x) = \frac{5}{x+3}$

Corrigé Fonctions Série 1

Exercice 3 : 1) $f(0) = 2$

2) $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0$ ou $x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = 2$ $Z_f = \{1; 2\}$

3) $f(-1) = 6$ 4) $D_f = \mathbb{R}$

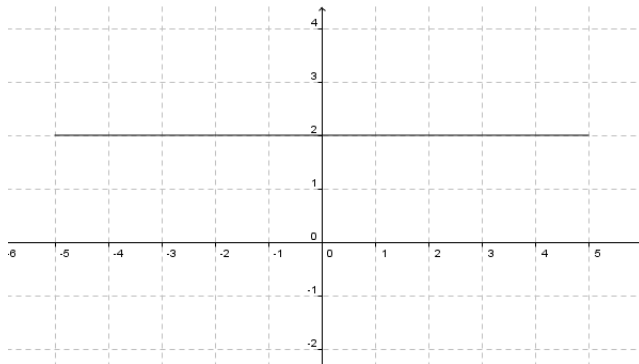
Exercice 4 :

a) $f(2) = -9$ b) $-3x - 3 = 2 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$ c) $f(-1) = 0$ d) $f(x) = -2 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

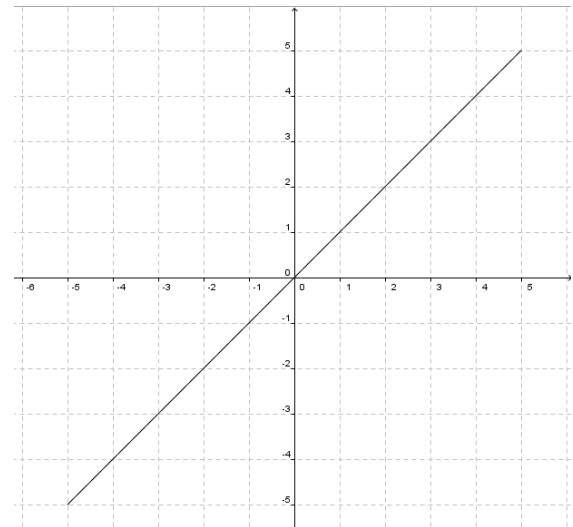
Exercice 5 : a) $D_f = \mathbb{R}$ b) $D_f = \mathbb{R}^*$ c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-7\}$

Exercice 6 :

a)



b)



Exercice 7 : a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ b) $f(7) = \frac{1}{4}$ c) $f(-10) = \frac{1}{-13}$ d) $f(14) = \frac{1}{11}$

Exercice 8 : a) $D_f = \mathbb{R}$ b) $f(-3) = -19$ c) $f(-1) = -11$ d) $4x - 7 = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$

e) $4x - 7 = -11 \Leftrightarrow x = -1$

Exercice 9 : a) $D_f = \mathbb{R}$ b) $f(-10) = 289$

c) $3x^2 + x - 1 = -2 \Leftrightarrow 3x^2 + x + 1 = 0$ impossible: patience, la méthode de résolution arrive au 2e semestre
d) $f(4) = 51$

e) $3x^2 + x - 1 = -1 \Leftrightarrow 3x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(3x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -\frac{1}{3}$

Exercice 10 : a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ b) $f(0) = -\frac{1}{4}$ c) $f(-1) = 0$ d) impossible à cause du D_f

Exercice 11 : $2 - x \geq 0 \Leftrightarrow 2 \geq x$ donc $D_f =]-\infty; 2]$

Exercice 12 : a) $x + 3 = 0$ donc $x = -3$ $Z_f = \{-3\}$

b) $x^2 + 1 = 0$ impossible à factoriser donc pas de zéro: $Z_f = \emptyset$

c) $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$ ou $x = -2$ $Z_f = \{-2; 0; 2\}$

d) $Z_f = \{\frac{5}{3}\}$ e) $2x^2 + 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2x+1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = -\frac{1}{2}$ $Z_f = \{-1; -\frac{1}{2}\}$ f) $Z_f = \emptyset$

Exercice 13 :

Cette courbe pourrait représenter la hauteur en mètres, d'un niveau d'eau, relativement à une référence, au cours du temps.

$f(-6) = -2,666...$ car la pente de la droite à cet endroit est de $4/3$.

$$f(-4) = 0$$

$$f(-2) = 2$$

$$f(0) = 3$$

$$f(2) = 2$$

$$f(4) = -2$$

$$f(5,5) = -1$$

$$f^{-1}(-2) = \{-5,5 ; 4\}$$

$$f^{-1}(0) = \{-4 ; 3\}$$

$$f^{-1}(2) = [-2,5 ; -1] \cup \{2\}$$

$$f^{-1}(3) = \{0 ; 1,5\}$$

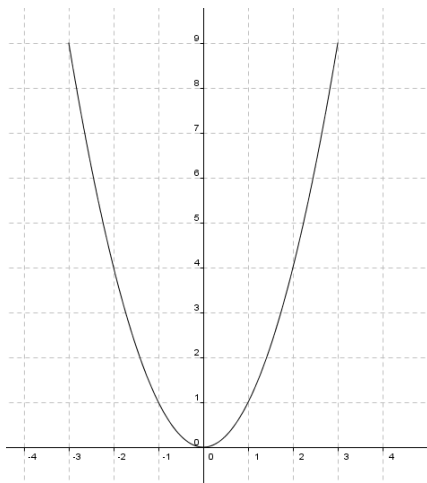
$$f^{-1}(4) = \{1\}$$

$$f^{-1}(4,5) = \emptyset = \{\} = \text{l'ensemble vide.}$$

$$\text{Zéros}(f) = f^{-1}(0) = \{-4 ; 3\}$$

$$\text{L'ordonnée à l'origine} = f(0) = 3$$

Exercice 14:

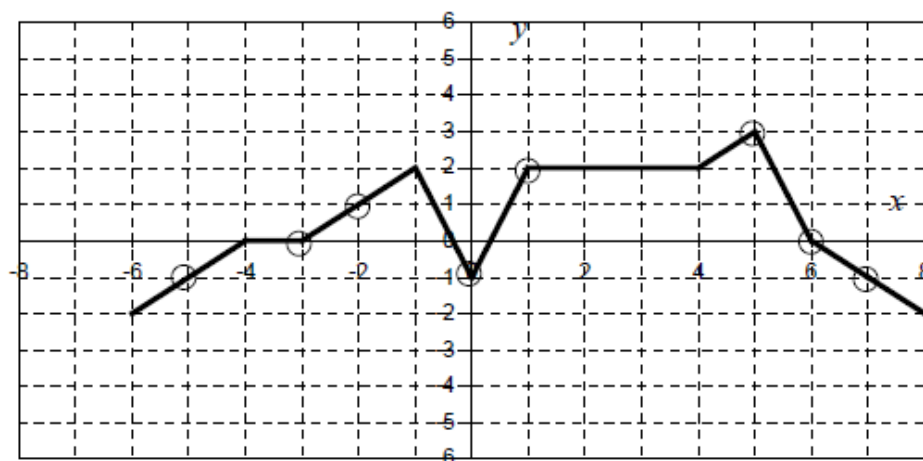


Exercice 16 :

Les courbes a), c) et d) sont représentatives d'une fonction réelle. La courbe b) ne l'est pas, car il y a un nombre (même plusieurs) qui ont plus d'une image.

Exercice 18 :

Des cercles ont été mis aux endroits imposés par l'énoncé.



Exercice 19 :

- V.11 $f(1) = -2$ $f(-2) = -0,5$ $f(0) = -1,5$
 $g(1) = 2$ $g(-2) = 2$ $g(0) = 3$
 $h(1) = 2$ $h(-2) = -1$ $h(0) = 1$
- b) Il semble raisonnable de penser que $h(x) = x+1$ en voyant le graphique. Dans ce cas, en remplaçant x par -49 , son image par h égale bien -48 , puisque $-48 = -49 + 1$. Donc l'affirmation est vraie. Mais si on ne peut pas être sûr de cette réponse, car on n'est pas sûr de la définition de la fonction h pour des valeurs hors de l'intervalle $[-5 ; 4]$. Il n'y a pas de réponse correcte sans justifier cette réponse.
- c) $f^{-1}(-3) = \{3\}$ $g^{-1}(3) = \{-1 ; 0\}$ $h^{-1}(0) = \{-1\}$ vous pouvez aussi écrire :
 $f(x) = -3 \Rightarrow x = 3$ $g(x) = 3 \Rightarrow x = -1$ ou $x = 0$ $h(x) = 0 \Rightarrow x = -1$
 $f(x) = g(2) = 0 \Rightarrow x = -3$ $f(x) = h(-3) = -2 \Rightarrow x = 1$
 $g(x) = h(x) \Rightarrow x = -4$ ou $x = 1$ $g(x) > f(x) \Rightarrow x \in]-3 ; 3[$
 $g(x) = g(x+1) \Rightarrow x = -1$
 $f(x) = h(x) \Rightarrow -0,5 \cdot x - 1,5 = x + 1 \Rightarrow -2,5 = 1,5 \cdot x \Rightarrow x = -2,5 / 1,5 = -5 / 3 = 0,6666...$
- d) Zéros(f) = $\{-3\}$; Zéros(g) = $\{-3 ; 2\}$; Zéros(h) = $\{-1\}$
 f est positive ou nulle sur l'intervalle $]-\infty ; -3]$
 g est négative ou nulle sur $]-\infty ; -3] \cup [2 ; \infty[$
 h est strictement positive sur l'intervalle $]-1 ; \infty[$

Exercice 20 :

Il faut vérifier si $f(2) = -3$. a) Non b) non c) non d) oui

Exercice 21 :

- | | | |
|---|--|---|
| a) Dom(f) = $\mathbb{R}$ | Zéros(f) = $\{-2 / 3\}$ | $f(0) = 2$ |
| b) Dom(f) = $\mathbb{R}$ | Zéros(f) = $\{-3 ; 3\}$ | $f(0) = -9$ |
| c) Dom(f) = $\mathbb{R}$ | Zéros(f) = $\{0 ; 1\}$ car $f(x) = x \cdot (x - 1)^2$ | $f(0) = 0$ |
| d) Dom(f) = $\mathbb{R}_+$ | Zéros(f) = $\{0\}$ | $f(0) = 0$ |
| e) Dom(f) = $[-5 ; \infty[$ | Zéros(f) = $\{-5\}$ | $f(0) = \sqrt{5}$ |
| f) Dom(f) = $]-\infty ; 7/2]$ | Zéros(f) = $\{7 / 2\}$ | $f(0) = \sqrt{7}$ |
| g) Dom(f) = $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ | Zéros(f) = $\emptyset$ | $f(0) = 5 / 3$ |
| h) $f(x) = 5 / [(x - 3) \cdot (x + 4)]$, donc il y a division par zéro si $x = 3$ et si $x = -4$
Dom(f) = $\mathbb{R} \setminus \{-4 ; 3\}$ | Zéros(f) = $\emptyset$ | $f(0) = -5 / 12$ |
| i) Dom(f) = $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$ | Zéros(f) = $\{0\}$ | $f(0) = 0$ |
| j) Dom(f) = $\mathbb{R} \setminus \{-2 ; 2\}$ | Zéros(f) = $\emptyset$ (2 n'est pas dans Dom(f) !) | $f(0) = 1 / 2$ |
| k) Dom(f) = $\mathbb{R}$ | Zéros(f) = $\{0\}$ | $f(0) = 0$ |
| l) Dom(f) = $\mathbb{R}_+$ | Zéros(f) = $\{0\}$ | $f(0) = 0$ |
| m) Dom(f) = $[4 ; 5]$ | Zéros(f) = $\{4 ; 5\}$ | $f(0)$ n'existe pas, car $0 \notin \text{Dom}(f)$ |

$$\text{Dom}(f) = D_f$$

$$\text{Zéros}(f) = Z_f$$