

Analyse Série 3

Exercice 1 : Soient les fonctions suivantes :

$$f: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -2x + 1 \end{cases}$$

$$g: \begin{cases} \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}_+^* \\ x \mapsto \frac{1}{x} \end{cases}$$

$$h: \begin{cases} \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+ \\ x \mapsto x^2 \end{cases}$$

- 1) Calculer $f \circ g$; $h \circ g$ et $f \circ h$
- 2) Calculer les réciproques des bijections f ; g et h
- 3) Calculer $f \circ^r f$ et $g \circ^r g$ puis commenter ces résultats
- 4) Calculer $f \circ (h \circ g)$ et $(f \circ h) \circ g$.

Exercice 2 : Notons

$$T_a(x) = x + a$$

$$H_b(x) = b \cdot x$$

$$C(x) = x^2$$

Ces trois fonctions sont définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$

- 1) Calculer $H_{1/2} \circ C \circ T_{-2}$; $H_3 \circ C \circ C \circ T_1$ et $T_{-4} \circ C \circ C$
- 2) Les fonctions suivantes ont été composées à l'aide des fonctions T_a , H_b et C .

Retrouver ces compositions.

$$f(x) = 3(x - 2)^2 + 1$$

$$h(x) = 2(x^2 - 3)^2 + 1$$

$$g(x) = \frac{x^2 + 2}{3}$$

- 3) Représenter sur un même graphique :
 - a) C ; $T_2 \circ C$ et $C \circ T_2$
 - b) C ; $T_{-3} \circ C$ et $C \circ T_{-3}$

Exercice 3 : Notons :

$$T_a(x) = x + a$$

$$V(x) = |x|$$

$$R(x) = \sqrt{x}$$

$$C(x) = x^2$$

$$H_b(x) = b \cdot x$$

$$J(x) = \frac{1}{x}$$

- 1) Effectuer les compositions suivantes :

$$f(x) = H_3 \circ R \circ T_{-2} \circ J \circ H_5 \circ C$$

$$g(x) = H_3 \circ J \circ R \circ V \circ T_{-4} \circ H_2 \circ C$$

- 2) Décomposer les fonctions données :

$$h(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{3}}$$

$$i(x) = 2(x^2 - 3)^2 + 1$$

$$j(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

Solutions Analyse Série 3 :

Ex 1 :

- 1) $(f \circ g)(x) = \frac{-2+x}{x}$; $(h \circ g)(x) = \frac{1}{x^2}$ et $(f \circ h)(x) = -2x^2 + 1$
- 2) ${}^r f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$; ${}^r g(x) = \frac{1}{x}$ et ${}^r h(x) = -\sqrt{x}$
- 3) $(f \circ {}^r f)(x) = x$ et $(g \circ {}^r g)(x) = x$ on retrouve l'identité
- 4) $[f \circ (h \circ g)](x) = -\frac{2}{x^2} + 1$ et $[(f \circ h) \circ g](x) = -\frac{2}{x^2} + 1$ composition associative

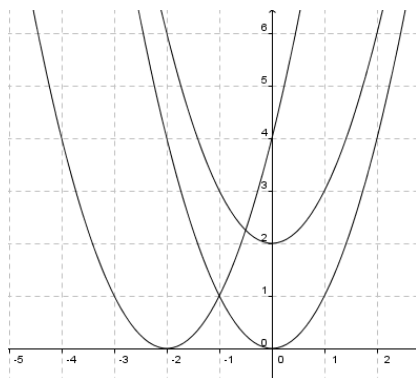
Ex 2 :

$$T_a(x) = x + a \text{ donc } T_1(x) = x + 1 \text{ et } T_{-4}(x) = x - 4, \text{ etc.}$$

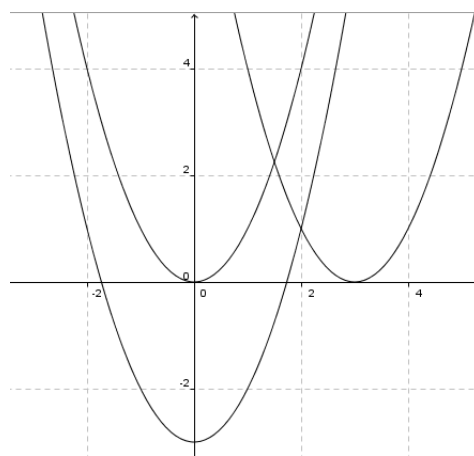
$$H_b(x) = b \cdot x \text{ donc } H_3(x) = 3x; H_2(x) = 2x, \text{ etc.}$$

$$C(x) = x^2$$

- 1) $\left(H_{\frac{1}{2}} \circ C \circ T_{-2}\right)(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2$; $(H_3 \circ C \circ C \circ T_1)(x) = 3(x+1)^4$
 et $(T_{-4} \circ C \circ C)(x) = x^4 - 4$
- 2) $f(x) = (T_1 \circ H_3 \circ C \circ T_{-2})(x)$; $g(x) = (H_{\frac{1}{3}} \circ T_2 \circ C)(x)$; $h(x) = (T_1 \circ H_2 \circ C \circ T_{-3} \circ C)(x)$
- 3) a)



b)



Ex 3 :

$$1) f(x) = 3\sqrt{\frac{1}{5x^2} - 2} \quad g(x) = \frac{3}{\sqrt{|2x^2 - 4|}}$$

$$2) h(x) = \sqrt{\frac{1}{3}(2x-1)} = \left(R \circ H_{\frac{1}{3}} \circ T_{-1} \circ H_2\right)(x)$$

$$i(x) = (T_1 \circ H_2 \circ C \circ T_{-3} \circ C)(x)$$

$$j(x) = \sqrt{-x^2 + 4} = (R \circ T_4 \circ H_{-1} \circ C)(x)$$