

Analyse Série 5

Exercice 1 :

Pour chaque fonction déterminer son domaine de définition, calculer quelques images puis en faire la représentation graphique

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) $f(x) = \sqrt{x+2}$ | d) $f(x) = \sqrt{2-2x}$ |
| b) $f(x) = \sqrt{2x+2}$ | e) $f(x) = \sqrt{-x}$ |
| c) $f(x) = \sqrt{1-x}$ | |



Exercice 2 :

- Pour chaque couple de fonctions :
- 1) Déterminer le domaine des fonctions f et g
 - 2) Représenter graphiquement
 - 3) Déterminer par lecture graphique leur point d'intersection
 - 4) Déterminer par calcul leur point d'intersection

- | | | |
|------------------------------|----|----------------------|
| a) $f(x) = -x + 3$ | et | $g(x) = \sqrt{x-1}$ |
| b) $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ | et | $g(x) = \sqrt{2x+1}$ |
| c) $f(x) = x + 4$ | et | $g(x) = \sqrt{2-x}$ |



Exercice 3 :

Pour chaque fonction déterminer son domaine de définition, calculer quelques images puis en faire la représentation graphique

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| a) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ | d) $f(x) = -\frac{1}{x-1}$ |
| b) $f(x) = \frac{1}{1-x}$ | e) $f(x) = \frac{2}{x} + 1$ |
| c) $f(x) = \frac{1}{2x+2}$ | f) $f(x) = -\frac{2}{x} - 1$ |



Exercice 4 :

- (1) Soient $f(x) = \frac{1}{3x+3}$ et $g(x) = 2x - 2$

- Déterminer le domaine des fonctions f et g .
- Représenter graphiquement ces deux fonctions
- Déterminer par calcul le point d'intersection des deux fonctions.

- (2) Mêmes questions avec $f(x) = -\frac{3}{2-x}$ et $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$



Exercice 5 : On considère des fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$

- 1) Pour chacune des paires de fonctions, effectuez les opérations : $(f + g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$



- | | |
|--|---|
| a) $f(x) = 2x + 3$ et $g(x) = x^2$ | d) $f(x) = x^2 + x$ et $g(x) = 1 - x$ |
| b) $f(x) = -2x^2$ et $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$ | e) $f(x) = -x^3$ et $g(x) = x^3 + 1$ |
| c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ et $g(x) = x + 3$ | f) $f(x) = -x^2 + 1$ et $g(x) = 2x - 1$ |

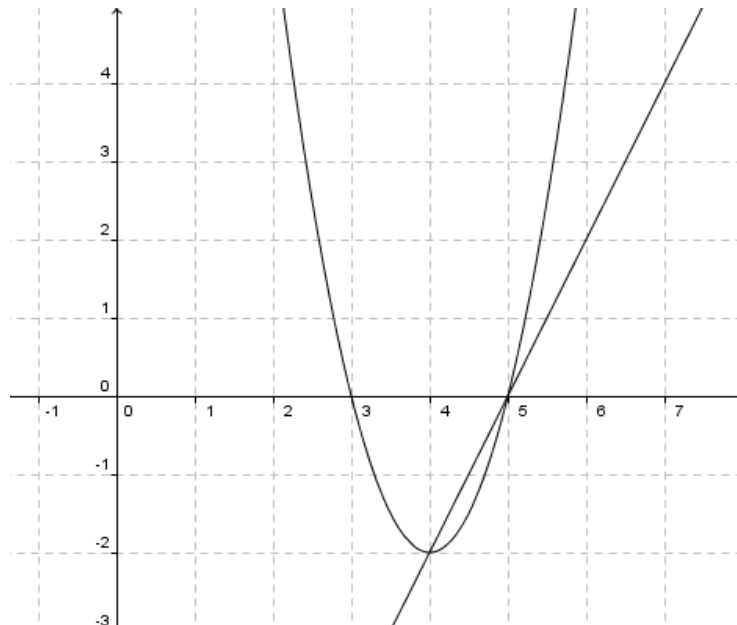
- 2) Décomposez les fonctions : (*astuce : faire comme à la calculatrice*) suivantes en $f(x)$ et $g(x)$ sans utiliser la fonction identité¹.

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| a) $(g \circ f)(x) = 2x - 6$ | e) $(g \circ f)(x) = -2x^2$ |
| b) $(g \circ f)(x) = 2(x - 3)$ | f) $(g \circ f)(x) = -2(x + 1)^2$ |
| c) $(g \circ f)(x) = (x - 2)^2$ | g) $(g \circ f)(x) = (x + 2)^2 + 1$ |
| d) $(g \circ f)(x) = x^2 - 2$ | h) $(g \circ f)(x) = (x - 2)^2 - 3$ |

Exercice 6 :

Voici la représentation graphique de deux fonctions.

Nous noterons f la parabole et g la droite.



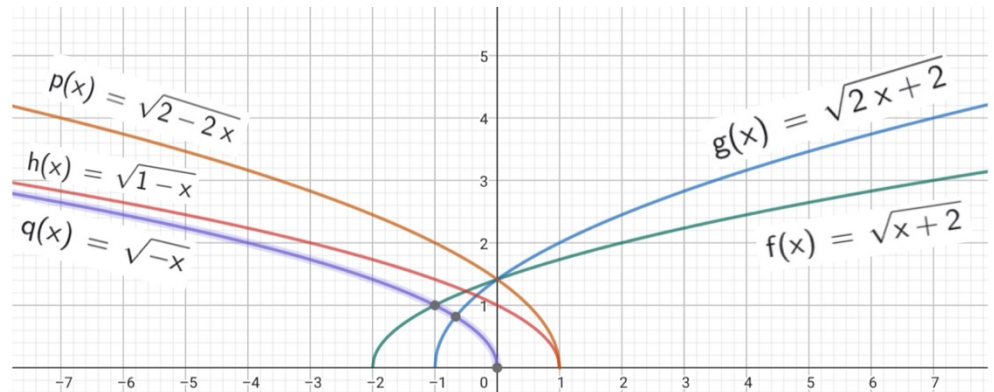
- Déterminer graphiquement leurs points d'intersection.
- Déterminer les équations des deux fonctions représentées (pour la parabole, écrire sous forme factorisée, développée et canonique).
- Déterminer par calcul leurs points d'intersections.
- Déterminer l'ordonnée à l'origine de chacune des fonctions (par calcul)

¹ La fonction identité est : $i(x) = x$

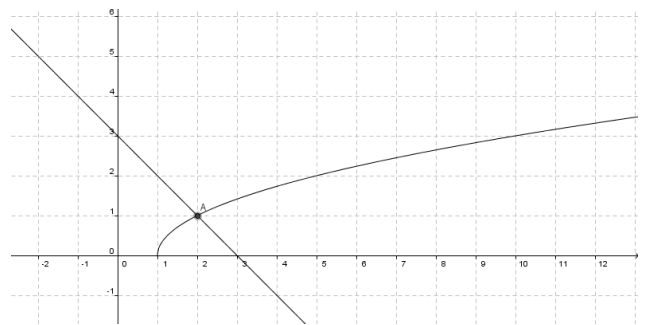
Solutions Analyse Série 5

Exercice 1 :

- a) $D_f = [-2; +\infty[$
 b) $D_f = [-1; +\infty[$
 c) $D_f =]-\infty; 1]$
 d) $D_f =]-\infty; 1]$
 e) $D_f =]-\infty; 0] = \mathbb{R}_-$

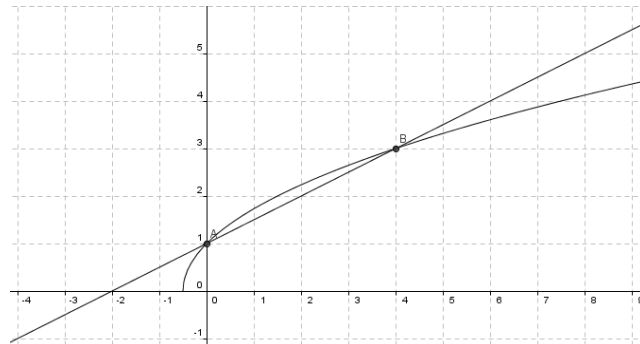
**Exercice 2 :**

- a) $D_f = \mathbb{R}; D_g = [1; +\infty[$
 $f \cap g = \{(2; 1)\}$ car: $-x + 3 = \sqrt{x-1} \Rightarrow$
 $(-x+3)^2 = x-1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 - x + 1 = 0$
 $\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-2) = 0 \Leftrightarrow$
 $x = 5 \text{ ou } x = 2 \text{ et } f(2) = 1$
 Pourquoi trouve-t-on deux solutions alors qu'il n'y a graphiquement qu'un point d'intersection ?

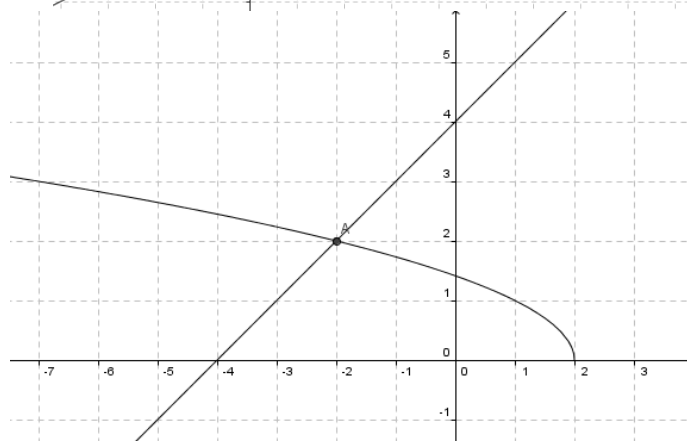


Comment savoir quelle est la valeur acceptée ? En déterminant l'image de chaque point par les deux fonctions, on ne trouve pas les mêmes valeurs : $f(2) = -2 + 3 = 1$ et $g(2) = \sqrt{2-1} = 1$ ok mais : $f(5) = -5 + 3 = -2$ et $g(5) = \sqrt{5-1} = 2$ donc $g(5) \neq f(5)$. Donc 5 pas une solution

- b) $f \cap g = \{(0; 1); (4; 3)\}$

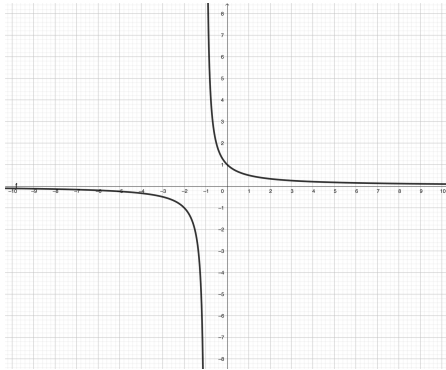


- c) $f \cap g = \{(-2; 2)\}$

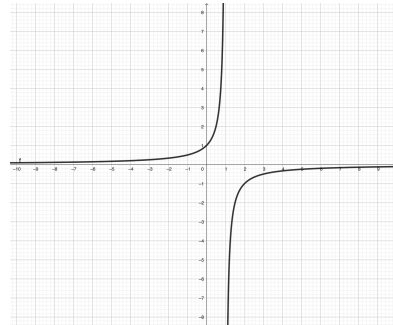


Exercice 3 :

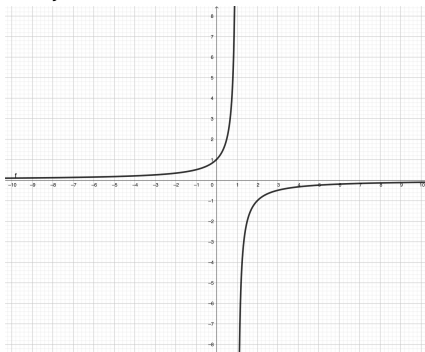
a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$



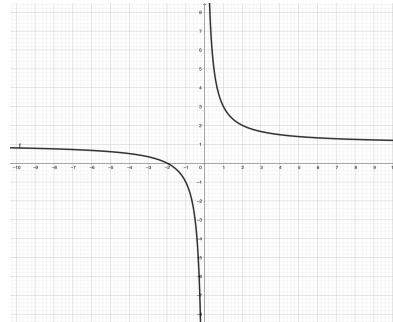
d) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$



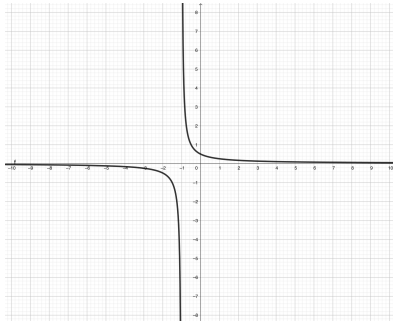
b) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$



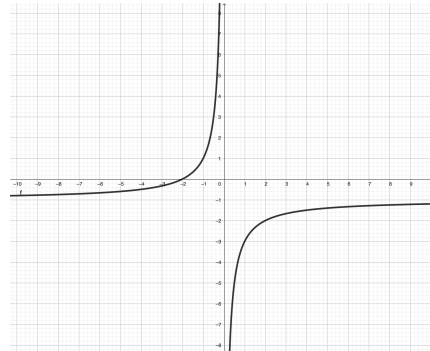
e) $f(x) = \mathbb{R}^*$



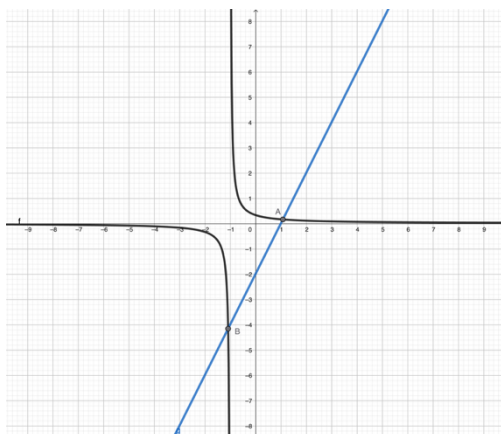
c) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$



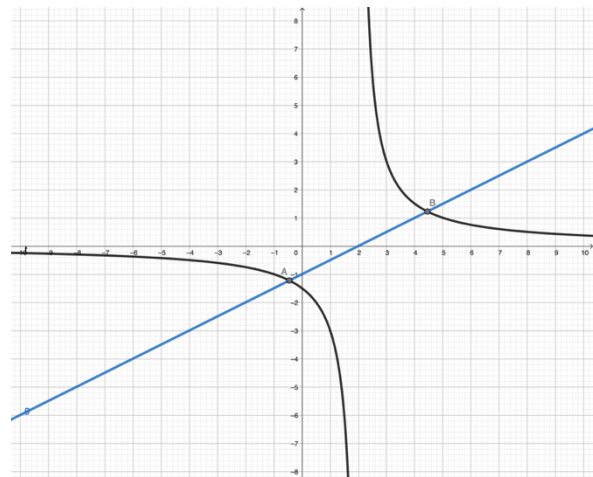
f) $f(x) = \mathbb{R}^*$

**Exercice 4 :**

(1) $f \cap g = \{(1,08; 0,16); (-1,08; -4,16)\}$



(2) $1) f \cap g = \{(-0,45; 0 - 1,22); (4,45; 1,22)\}$



Exercice 5 :

	$f(x)$	$g(x)$	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
a)	$2x + 3$	x^2	$(2x + 3)^2$	$2x^2 + 3$
b)	$-2x^2$	$\frac{1}{2}x + 3$	$-x^2 + 3$	$-2\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2$ $= -\frac{1}{2}x^2 - 6x - 18$
c)	$\sqrt{x^2 + 1}$	$x + 3$	$\sqrt{x^2 + 1} + 3$	$\sqrt{x^2 + 6x + 10}$
d)	$x^2 + x$	$1 - x$	$-x^2 - x + 1$	$(1 - x)(2 - x)$ $= 2 - 3x + x^2$
e)	$-x^3$	$x^2 + 1$	$x^6 + 1$	$-(x^2 + 1)^3$ $= -x^6 - 3x^4 - 3x^2 - 1$
f)	$-x^2 + 1$	$2x - 1$	$-2x^2 + 1$	$-4x^2 + 4x$

2) Les solutions ne sont pas uniques !

$(g \circ f)(x)$	$f(x)$	$g(x)$	Vérification : $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
$2x - 6$	$2x$	$x - 6$	$g(2x) = 2x - 6$
$2(x - 3)$	$x - 3$	$2x$	$g(x - 3) = 2(x - 3)$
$(x - 2)^2$	$x - 2$	x^2	$g(x - 2) = (x - 2)^2$
$x^2 - 2$	x^2	$x - 2$	$g(x^2) = x^2 - 2$
$-2x^2$	x^2	$-2x$	$g(x^2) = -2x^2$
$-2(x + 1)^2$	$x + 1$	$-2x^2$	$g(x + 1) = -2(x + 1)^2$
$(x + 2)^2 + 1$	$x + 2$	$x^2 + 1$	$g(x + 2) = (x + 2)^2 + 1$
$(x - 2)^2 - 3$	$x - 2$	$x^2 - 3$	$g(x - 2) = (x - 2)^2 - 3$

Exercice 6 :

- a) $f \cap g = \{(4; -2); (5; 0)\}$
b) $f(x) = 2(x - 3)(x - 5) = 2(x - 4)^2 - 2 = 2x^2 - 16x + 30$ et $g(x) = 2x - 10$
c) $f \cap g = \{(4; -2); (5; 0)\}$
d) $f(0) = 30; g(0) = -10$