

Algèbre Série 6

Exercice 1 :

1) Résoudre les systèmes d'équations suivants en indiquant la méthode utilisée.

(3 systèmes à résoudre par addition, 3 systèmes par comparaison et 3 systèmes par substitution)

$$(a) \begin{cases} 4x - y = -6 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{2y}{15} = 4 \\ \frac{x}{12} - \frac{y}{19} = 1 \end{cases}$$

$$(h) \begin{cases} 9x - 5y = 38 \\ 24x - 25y = 148 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x - 6y + 6 = 0 \\ 3x - 4y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 14 \\ -\frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 16 \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 8 \\ \frac{x}{12} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{6} = 18 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 21 \end{cases}$$



2) Reprendre tous les systèmes de l'exercice pour les résoudre graphiquement.

Exercice 2 : Résoudre à l'aide d'un système d'équations

Pierre et Paul vont voyager au Royaume-Uni et aux USA.

Pierre achète 500 dollars et 300 livres et paie 850 euros.

Paul achète 300 dollars et 500 livres et paie 990 euros.

Retrouver le cours (c'est-à-dire la valeur en euros) du dollar et de la livre ce jour-là.

Exercice 3: Résoudre à l'aide d'un système d'équations

Dans un concours hippique, un cavalier est pénalisé :

- quand le cheval refuse de sauter un obstacle ;
- quand le cheval fait tomber une barre.

Le cheval de Pierre a fait deux refus et fait tomber trois barres pour un total de 18 points de pénalité.

Le cheval de Jean a fait un refus et fait tomber quatre barres pour un total de 19 points de pénalité.

Combien de points coûte un refus ? Combien de points coûte la chute d'une barre ?

Exercice 4 :

Nadine, qui a du temps à perdre, observe la promenade de deux escargots qui se déplacent avec une vitesse constante. Après une heure, le second a parcouru 92 cm de plus que le premier et la somme des distances parcourues par ces deux escargots est de 950 cm.

Calculer la distance parcourue par chacun d'eux.

Exercice 5 :

Le périmètre d'un rectangle vaut 110 mètres. Trouver ses dimensions sachant que sa longueur vaut 5 mètres de moins que le double de sa largeur. (*faire un croquis*)

Exercice 6 :

Dans un discount, Jonathan paie un stylo 70 centimes moins cher que le prix suggéré. Dans une épicerie, Clara achète le même stylo, vendu avec un rabais de 55% sur le prix suggéré, et elle paie 55 centimes de moins que Jonathan.

Quel est le prix suggéré du stylo ?

Exercice 7 :

La somme de deux nombres est 34 et le double du premier nombre vaut les $\frac{5}{6}$ du second.

Quels sont ces deux nombres ?

Exercice 8 :

La différence de deux nombres vaut 71 et le tiers de leur somme vaut 5 de plus que le double du deuxième nombre.

Quels sont ces nombres ?

Exercice 9 :

On veut partager équitablement une somme d'argent entre plusieurs personnes. Si chaque personne reçoit 14 francs, il reste encore 7 francs. Si chaque personne reçoit 15 francs, il manque alors 26 francs pour que chacun reçoive sa part.

Quelle est la somme à partager et quel est le nombre de personnes qui la partagent. Un partage équitable est-il possible ?

Exercice 10: Dire en quoi les systèmes d'équations suivant diffèrent des précédents et les résoudre si possible.

$$\begin{cases} 2x + y = -3 \\ x - y = 7 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ 5x + 2y = 1 \\ 7y - 4y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 7y = -1 \\ -4x + 14y = 2 \\ 6x - 21y = -3 \end{cases}$$

Exercice 11 :

Etudier l'existence de solutions $(x; y)$ du système d'équations suivant, en fonction de la valeur que prend le nombre m . (Le nombre ne joue pas ici le rôle d'une variable, on l'appelle un paramètre réel.)

$$\begin{cases} 2x + my = 7 \\ -x + 5y = 13 \end{cases}$$

Solutions : ex 1 a) $S = \left\{ \left(-\frac{1}{2}; 4 \right) \right\}$ b) $S = \left\{ \left(3; \frac{3}{2} \right) \right\}$ c) $S = \emptyset$ d) $S = \{(60; 36)\}$ e) $S = \{(12; 0)\}$
 f) $S = \left\{ \left(\frac{72}{5}; \frac{184}{5} \right) \right\}$ g) $S = \{(2 - 3y; y) | y \in \mathbb{R}\}$ h) $S = \{(2; -4)\}$ i) $S = \{(24; 0)\}$

Exercice 2 : $x = \text{cours du dollar en euros}$ et $y = \text{cours de la livre en euros}$

Résoudre le système:
$$\begin{cases} 500x + 300y = 850 \\ 300x + 500y = 990 \end{cases}$$

Ce jour-là. les cours étaient: 1\$=0,8€, 1£=1,5€

Exercice 3 : $x = \text{coût d'un refus en points}$ et $y = \text{coût d'une barre en points}$

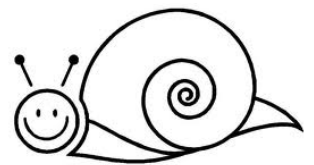
Résoudre le système:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ x + 4y = 19 \end{cases}$$

Un refus coûte 3 pts et la chute d'une barre coûte 4 points

Exercice 4 : Nadine, qui a du temps à perdre, observe la promenade de deux escargots qui se déplacent avec une vitesse constante. Après une heure, le second a parcouru 92 cm de plus que le premier et la somme des distances parcourues par ces deux escargots est de 950 cm.

Calculer la distance parcourue par chacun d'eux.

Résolution :



Notons : $x = \text{distance parcourue par le 1}^{\text{er}}$ escargot et $y = \text{distance parcourue par le 2}^{\text{e}}$ escargot

On obtient le système suivant :
$$\begin{cases} y = 92 + x \\ x + y = 950 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 92 + x \\ x + 92 + x = 950 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 92 + x \\ 2x = 858 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 92 + x \\ x = 429 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 92 + 429 = 521 \\ x = 429 \end{cases}$$

Le premier escargot parcourt 429 cm et le deuxième 521 cm.

Exercice 5 : $x = \text{largeur}$ et $y = \text{longueur}$

Résoudre le système:
$$\begin{cases} 2x + 2y = 110 \\ 2x - 5 = y \end{cases}$$

La largeur est de 20m et la longueur est de 35m.

Exercice 6 : Notons $x = \text{prix suggéré du stylo en francs}$

J. paye $x - 0,7$

C. paye $x - \frac{55}{100}x = \frac{45}{100}x$

donc il faut résoudre: $x - \frac{45}{100}x = 0,7 + 0,55$ il s'agit d'une équation à une inconnue.

Le prix du stylo est de 2,27 frs

Ex 7 : Le système:
$$\begin{cases} x + y = 34 \\ 2x = \frac{5}{6}y \end{cases} \quad \text{R:10 et 24} \quad \textbf{Ex 8 :}$$
 Le système:
$$\begin{cases} x - y = 71 \\ x - 5y = 15 \end{cases} \quad \text{R:14 et 85}$$

Ex 9 : Le système: $\begin{cases} 14y = x - 7 \\ 15y = x + 26 \end{cases}$ R: 469 frs. 33 personnes

ex 10 : a) $S = \emptyset$ b) $S = \left\{ \left(\frac{3}{17}; \frac{1}{17} \right) \right\}$ c) $S = \left\{ \left(\frac{-1+7y}{2}; y \right) \mid y \in \mathbb{R} \right\}$

ex 11 : $S = \left\{ \left(\frac{35-13m}{m+10}; \frac{33}{m+10} \right) \mid m \in \mathbb{R} \setminus \{-10\} \right\}$ $S = \emptyset$ si $m = -10$

Exercices supplémentaires : Résoudre les systèmes suivants :

- | | | | |
|---|---|--|---|
| a) $\begin{cases} x+2y=0 \\ 2x+y=1 \end{cases}$ | b) $\begin{cases} 3x-y=1 \\ 3x+4y=3 \end{cases}$ | c) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ -2x+3y=0 \end{cases}$ | d) $\begin{cases} x+3y=5 \\ -2x+y=-3 \end{cases}$ |
| e) $\begin{cases} 5x-y=10 \\ -4x+y=-6 \end{cases}$ | f) $\begin{cases} y=2x-5 \\ y=x+4 \end{cases}$ | g) $\begin{cases} y=-x+12 \\ y=3x-2 \end{cases}$ | h) $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ 4x+5y=5 \end{cases}$ |
| i) $\begin{cases} -2x+y=-5 \\ -5x-4y=3 \end{cases}$ | j) $\begin{cases} 6x-3y=4 \\ 2x+5y=-1 \end{cases}$ | k) $\begin{cases} 3x+y=3 \\ -2x+5y=-2 \end{cases}$ | l) $\begin{cases} 6x+3y=1 \\ 2x+y=2 \end{cases}$ |
| m) $\begin{cases} 2x-3y=8 \\ 3x-5y=11 \end{cases}$ | n) $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ -5x+8y=12 \end{cases}$ | o) $\begin{cases} \sqrt{2}x+y=\sqrt{2} \\ x+\sqrt{2}y=-1 \end{cases}$ | p) $\begin{cases} x-\sqrt{3}y=-2 \\ 2x+\sqrt{3}y=4 \end{cases}$ |
| q) $\begin{cases} \sqrt{2}x-y=\sqrt{3} \\ \sqrt{3}x+5y=2\sqrt{2} \end{cases}$ | r) $\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y=1 \\ x+\frac{3}{2}y=-5 \end{cases}$ | s) $\begin{cases} \frac{x}{a}=\frac{y}{b} \\ x+y=a+b \end{cases} \quad \begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ | |
| t) $\begin{cases} \frac{x}{5}=\frac{y}{10} \\ 2x+3y=8 \end{cases}$ | u) $\begin{cases} 2x-y=x-3y-2 \\ 2(5-x)+3(x+y)=2(x+2y)+13 \end{cases}$ | v) $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 4x+5y=-2 \end{cases}$ | |
| w) $\begin{cases} 8x-4y=7 \\ 6x-3y=2 \end{cases}$ | x) $\begin{cases} x+y=0 \\ 7x-5y=0 \end{cases}$ | y) $\begin{cases} \sqrt{2}x-3y=-1 \\ x-2\sqrt{2}y=-3 \end{cases}$ | z) $\begin{cases} \sqrt{2}x-\sqrt{7}y=\sqrt{3} \\ \sqrt{3}x+2\sqrt{2}y=1 \end{cases}$ |

Solutions exercices supplémentaires :

- | | | | |
|---|---|---|---|
| a) $S = \{<\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}>\}$ | b) $S = \{<\frac{7}{15}; \frac{2}{5}>\}$ | c) $S = \emptyset$ | d) $S = \{<-2; 1>\}$ |
| e) $S = \{<4; 10>\}$ | f) $S = \{<9; 13>\}$ | g) $S = \{<\frac{7}{2}; \frac{17}{2}>\}$ | h) $S = \{<\frac{15}{11}; -\frac{1}{11}>\}$ |
| i) $S = \{<\frac{17}{13}; -\frac{31}{13}>\}$ | j) $S = \{<\frac{17}{36}; -\frac{7}{18}>\}$ | k) $S = \{<1; 0>\}$ | l) $S = \emptyset$ |
| m) $S = \{<7; 2>\}$ | n) $S = \{<28; 19>\}$ | o) $S = \{<3; -2\sqrt{2}>\}$ | p) $S = \{<\frac{2}{3}; \frac{8\sqrt{3}}{9}>\}$ |
| q) $S = \{<\frac{5+23\sqrt{6}}{47}; \frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{47}>\}$ | r) $S = \{<-\frac{22}{17}; -\frac{42}{17}>\}$ | s) $S = \{<a; b>\}$ | |
| t) $S = \{<1; 2>\}$ | u) $S = \{<-4; 1>\}$ | v) $S = \{<-\frac{21}{2}; 8>\}$ | w) $S = \emptyset$ |
| x) $S = \{<0; 0>\}$ | y) $S = \{<9-2\sqrt{2}; 3\sqrt{2}-1>\}$ | z) $S = \{<\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{7}}{4+\sqrt{21}}; \frac{\sqrt{2}-3}{4+\sqrt{21}}>\}$ | |

Plus d'exercices ? Brochure §6 & Notions élémentaires p.131 ex 1 a) à f) & p.34 ex 6 + 7