

Trigonométrie

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

ON VA UTILISER LES
RAPPORTS DE THALES....
DANS DES TRIANGLES
RECTANGLES.



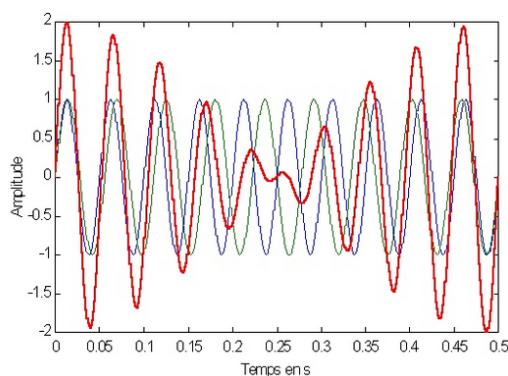
TRIGONOMÉTRIE SUR
YOUTUBE

Introduction

Ce chapitre est important pour l'ensemble des 4 années du collège mais aussi pour des applications dans différents domaines.

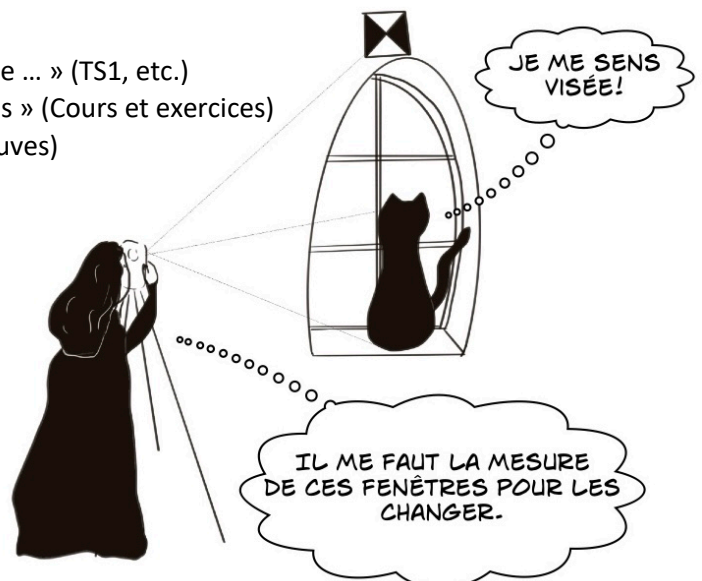
- En première année, vous avez étudié les formules de bases dans le triangle rectangle.
- En deuxième année, vous reprendrez ce chapitre et étudierez des **fonctions trigonométriques** (attention à tous les liens qu'il faudra faire entre les chapitres !).
- Ces fonctions seront ensuite étudiées en 3e et 4^e.

Les fonctions trigonométriques sont utiles dans le domaine de la **musique** et du **son** en général. En effet, le son se propage sous forme d'ondes sinusoïdales (qui a la forme d'un sinus). Ces fonctions trigonométriques sont aussi utiles en **électricité**. Vous retrouverez aussi les fonctions trigonométriques dans le cours de **physique**.



Matériel :

- Ce polycopié de cours
- Les Séries intitulées : « Trigonométrie Série ... » (TS1, etc.)
- Le livre de la CRM : « Notions élémentaires » (Cours et exercices)
- Le formulaire et table CRM (Pour les épreuves)
- Des feuilles quadrillées (ou cahier)
- Une calculatrice (non PRO)
- Une règle, un crayon, une gomme.



1. Trigonométrie¹ dans le triangle rectangle

Le vocabulaire

En géométrie, nous avons vu que lorsque deux triangles sont semblables, on peut étudier les rapports des différents côtés. Lorsque nous prenons un triangle rectangle avec des angles α et β , il sera semblable à n'importe quel autre triangle qui aura les mêmes angles. La trigonométrie va encore plus loin que le théorème de Thalès, il va permettre de déterminer n'importe quelle **troisième** ("tri" dans "trigonométrie") **mesure** (« métrie ») à partir de deux connues.

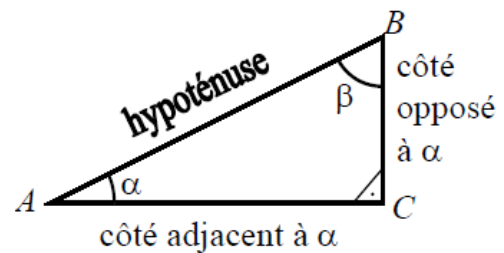
Cadre constant dans ce chapitre :

ABC désigne les sommets d'un triangle rectangle

L'angle de sommet C sera l'angle droit

α désignera la mesure de l'angle de sommet A

β désignera la mesure de l'angle de sommet B



Définition :

Le plus long côté du triangle rectangle s'appelle :

Les autres côtés du triangle s'appellent :

Le côté à α est le côté [AC].

Le côté à α est le côté [BC].

Le côté à β est le côté [AC].

Le côté à β est le côté [BC].

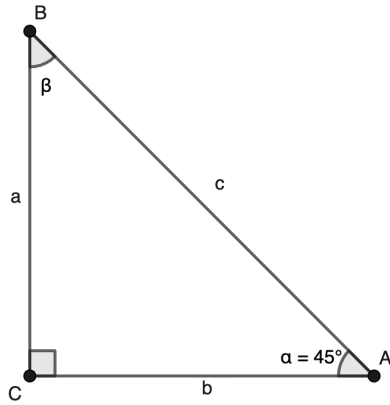
Les trois côtés sont reliés par la formule :



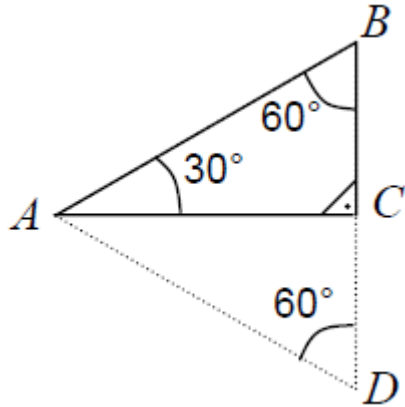
¹ « gonos » = angle

Avant les nouvelles formules : Exercice

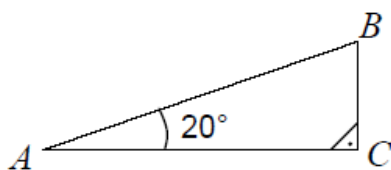
- a) Si l'angle $\alpha = 45^\circ$ que valent les rapports de longueur : $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$, $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ et $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$?



- b) Si l'angle $\alpha = 30^\circ$, que vaut le rapport de longueurs : $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$?

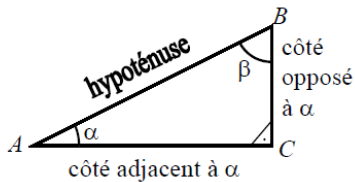


- c) Si l'angle $\alpha = 20^\circ$ que vaut le rapport de longueurs $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$?



Les formules (magiques)

Selon le théorème de Thalès, les rapports $\frac{BC}{AB}$, $\frac{AC}{AB}$ et $\frac{BC}{AC}$ ne dépendent que de l'angle α .



$$\sin(\alpha) = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \alpha}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

On dit : "sinus de alpha"

$$\cos(\alpha) = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \alpha}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

On dit : "cosinus de alpha"

$$\tan(\alpha) = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \alpha}{\text{longueur du côté adjacent à } \alpha}$$

On dit : "tangente de alpha"

Truc mnémotechnique pour s'en souvenir :

"sin op hyp

cos adj hyp

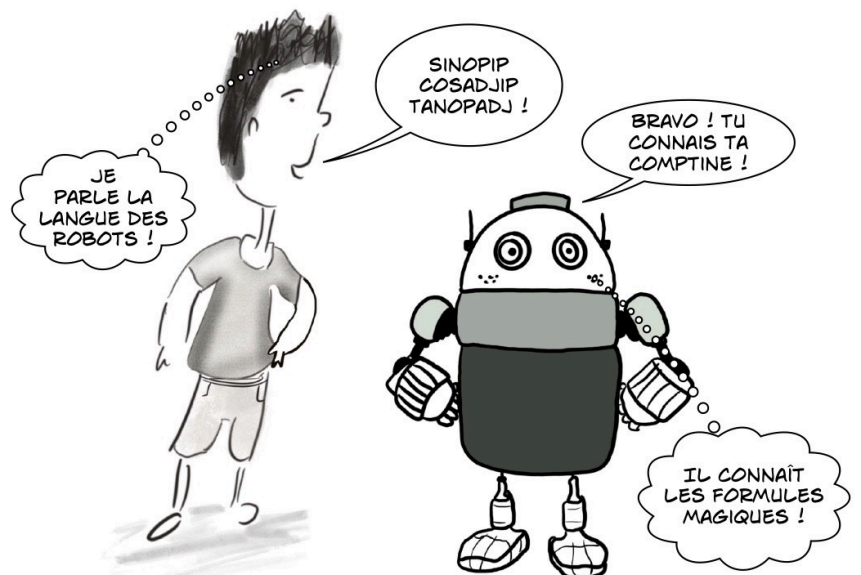
tan op adj"



« sin op hyp » : sinus = opposé sur hypoténuse

« cos adj hyp » : cosinus = adjacent sur hypoténuse

« tan opp adj » : tangente = opposé sur adjacent



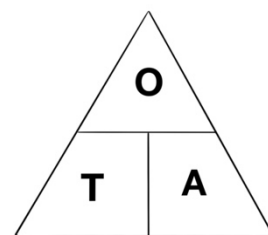
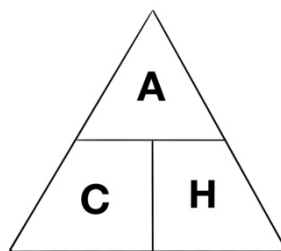
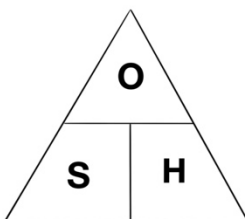
Autre truc mnémotechnique :

"SOH CAH TOA"

"SOH": Sinus = $\frac{\text{Opposé}}{\text{Hypothénuse}}$

"CAH": Cosinus = $\frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypothénuse}}$

"TOA": Tangente = $\frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}$



Formules pour retrouver un angle

Avant l'apparition de bonnes calculatrices, les élèves et scientifiques en général utilisaient des tables de valeurs. Ces formules sont programmées dans vos calculatrices. Il faudra donc ne pas oublier de vous munir de cet outil précieux en trigonométrie !

Attention : Un angle peut être exprimé autrement qu'en degrés. (C'est ce que nous allons étudier l'année prochaine) Quand vous calculerez le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle en degrés sur la calculatrice, vous devrez vous assurer d'avoir sélectionné le mode de calcul d'angles en degrés.

Deg.	Radian	Sin	1/Sin	Tang.	Cotg.	1/Cotg.	Cos	
0	0,0000	0,0000		0,0000		1,0000	1,0000	80
1	0,0175	0,0174	57,29	0,0175	57,29	0,0175	0,9998	81
2	0,0349	0,0349	28,65	0,0349	28,65	0,0349	0,9994	82
3	0,0524	0,0523	19,11	0,0524	19,10	0,0524	0,9988	83
4	0,0698	0,0698	14,32	0,0699	14,30	0,0699	0,9980	84
5	0,0873	0,0872	11,47	0,0873	11,45	0,0873	0,9970	85
6	0,1047	0,1046	9,56	0,1047	9,54	0,1047	0,9958	86
7	0,1222	0,1221	8,19	0,1222	8,16	0,1222	0,9944	87
8	0,1396	0,1395	7,16	0,1396	7,15	0,1396	0,9928	88
9	0,1571	0,1569	6,37	0,1571	6,36	0,1571	0,9910	89
10	0,1745	0,1743	5,75	0,1745	5,73	0,1745	0,9890	90
11	0,1920	0,1918	5,21	0,1920	5,19	0,1920	0,9868	91
12	0,2094	0,2092	4,78	0,2094	4,76	0,2094	0,9844	92
13	0,2269	0,2266	4,41	0,2269	4,39	0,2269	0,9818	93
14	0,2443	0,2440	4,10	0,2443	4,08	0,2443	0,9790	94
15	0,2618	0,2615	3,82	0,2618	3,80	0,2618	0,9760	95
16	0,2792	0,2789	3,59	0,2792	3,57	0,2792	0,9728	96
17	0,2967	0,2963	3,37	0,2967	3,35	0,2967	0,9694	97
18	0,3142	0,3138	3,18	0,3142	3,16	0,3142	0,9658	98
19	0,3316	0,3312	3,02	0,3316	3,00	0,3316	0,9620	99
20	0,3491	0,3486	2,87	0,3491	2,85	0,3491	0,9580	100
21	0,3665	0,3660	2,74	0,3665	2,72	0,3665	0,9538	
22	0,3840	0,3834	2,62	0,3840	2,60	0,3840	0,9494	
23	0,4014	0,4008	2,50	0,4014	2,48	0,4014	0,9448	
24	0,4189	0,4182	2,39	0,4189	2,37	0,4189	0,9400	
25	0,4363	0,4356	2,29	0,4363	2,27	0,4363	0,9350	
26	0,4538	0,4530	2,20	0,4538	2,18	0,4538	0,9298	
27	0,4712	0,4704	2,12	0,4712	2,10	0,4712	0,9244	
28	0,4887	0,4878	2,05	0,4887	2,03	0,4887	0,9188	
29	0,5061	0,5052	1,98	0,5061	1,96	0,5061	0,9130	
30	0,5236	0,5226	1,92	0,5236	1,90	0,5236	0,9070	
31	0,5411	0,5400	1,86	0,5411	1,84	0,5411	0,9008	
32	0,5585	0,5574	1,80	0,5585	1,78	0,5585	0,8944	
33	0,5760	0,5748	1,74	0,5760	1,72	0,5760	0,8878	
34	0,5934	0,5922	1,68	0,5934	1,66	0,5934	0,8810	
35	0,6109	0,6096	1,63	0,6109	1,61	0,6109	0,8740	
36	0,6283	0,6269	1,58	0,6283	1,56	0,6283	0,8668	
37	0,6458	0,6443	1,53	0,6458	1,51	0,6458	0,8594	
38	0,6632	0,6616	1,48	0,6632	1,46	0,6632	0,8518	
39	0,6807	0,6790	1,43	0,6807	1,41	0,6807	0,8440	
40	0,6981	0,6963	1,38	0,6981	1,36	0,6981	0,8360	
41	0,7156	0,7137	1,33	0,7156	1,31	0,7156	0,8278	
42	0,7330	0,7310	1,28	0,7330	1,26	0,7330	0,8194	
43	0,7505	0,7484	1,23	0,7505	1,21	0,7505	0,8108	
44	0,7679	0,7657	1,18	0,7679	1,16	0,7679	0,8020	
45	0,7854	0,7831	1,13	0,7854	1,11	0,7854	0,7930	

L'astérisque indique que le dernier chiffre est pris par excès.

Apprivoiser la calculatrice et les formules :



Exercice :

Assurez-vous que votre calculatrice calculera en degrés, puis calculez avec un arrondi au centième :

$$\sin(0^\circ) \approx$$

$$\cos(0^\circ) \approx$$

$$\tan(0^\circ) \approx$$

$$\sin(20^\circ) \approx$$

$$\cos(20^\circ) \approx$$

$$\tan(20^\circ) \approx$$

$$\sin(30^\circ) \approx$$

$$\cos(30^\circ) \approx$$

$$\tan(30^\circ) \approx$$

$$\sin(45^\circ) \approx$$

$$\cos(45^\circ) \approx$$

$$\tan(45^\circ) \approx$$

$$\sin(60^\circ) \approx$$

$$\cos(60^\circ) \approx$$

$$\tan(60^\circ) \approx$$

$$\sin(70^\circ) \approx$$

$$\cos(70^\circ) \approx$$

$$\tan(70^\circ) \approx$$

$$\sin(90^\circ) \approx$$

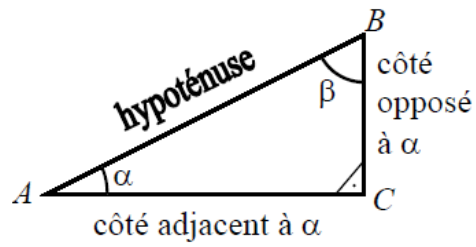
$$\cos(90^\circ) \approx$$

$$\tan(90^\circ) \approx$$

Est-ce que vous avez des observations à faire sur ces différentes valeurs ?



Exercices :



- a) Si l'angle $\alpha = 70^\circ$ et l'hypoténuse mesure 1[cm], que mesurent les cathètes (=les deux autres côtés) ?
- b) Si l'angle $\alpha = 80^\circ$ et l'hypoténuse mesure 2[cm], que mesurent les cathètes ?
- c) Si l'angle $\alpha = 12^\circ$ et la plus grande cathète mesure 9 [cm], quelles sont les mesures des autres côtés ?

Remarques concernant la calculatrice :

Chaque calculatrice possède des touches permettant de calculer des approximations numériques des fonctions sinus, cosinus et tangente. Elles permettent aussi d'effectuer le calcul inverse, c.-à-d. de calculer un angle si l'on connaît le rapport des longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle.



$$\sin(\alpha) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \alpha = "\sin^{-1}\left(\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}\right)" = \mathbf{arcsin}\left(\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}\right) = \text{l'angle opposé à } \overline{BC}$$

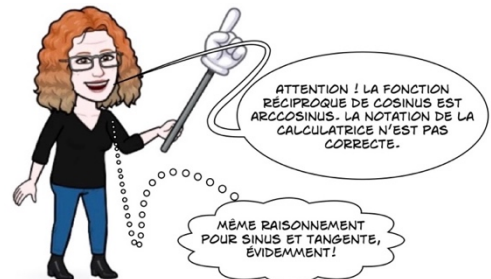
$$\cos(\alpha) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \alpha = "\cos^{-1}\left(\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}\right)" = \mathbf{arccos}\left(\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\right) = \text{l'angle opposé à } \overline{AC}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Rightarrow \alpha = "\tan^{-1}\left(\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}\right)" = \mathbf{arctan}\left(\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}\right)$$



$$x^{-1} = \frac{1}{x}$$

Ex : $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$

**Exercice : Résoudre le triangle suivant**

le triangle ABC, rectangle en C dont le côté $a = 7.6$ et l'hypoténuse $c = 18.4$ (faire un croquis)



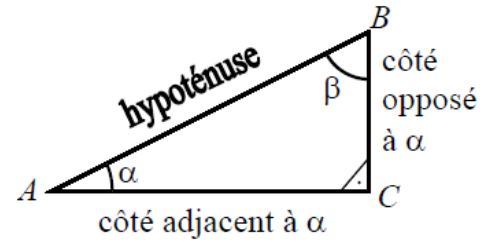
- **Séries de Trigonométrie**
- **Notions élémentaires p.164, exercices 1 à 18**

2. Propriétés de trigonométrie

Faire des liens :

1) $\alpha + \beta =$

Car :



2) Par symétrie sur le triangle rectangle on voit que :

$$\sin(\beta) = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\quad) =$$

$$\cos(\beta) = \cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\quad) =$$

3) $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Car :

4) $(\sin(\alpha))^2 + (\cos(\alpha))^2 =$

On écrit aussi plus simplement :

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) =$$

Ceci est une conséquence directe du théorème de Pythagore. Justifions :

C'est une formule très importante que vous devez connaître absolument !!!

5) Puisque dans un triangle rectangle, le sinus et le cosinus d'un angle sont positifs, on déduit de cette formule que :

$$\sin(\alpha) = \sqrt{\quad} \quad \text{et} \quad \cos(\alpha) = \sqrt{\quad}$$

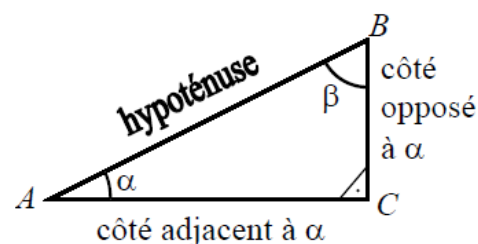
Quelques valeurs particulières

Remarque :

Dans le cas où l'angle α est très petit, l'angle β est très proche de 90° , la longueur $\overline{BC}$ est très petite et la longueur $\overline{AC}$ est très proche de la longueur $\overline{AB}$.

On en déduit que :

- a) Le sinus d'un très petit angle est très proche de
- b) Le cosinus d'un très petit angle est très proche de
- c) Le sinus d'un angle proche de 90° est proche de
- d) Le cosinus d'un angle proche de 90° est proche de



On étend donc les définitions de sinus, cosinus et tangente aux angles de 0° et de 90° par des valeurs définies dans la table suivante :

Quelques valeurs de sinus, cosinus et tangente dont il faut se souvenir :

- a) $\sin(0^\circ) = \cos(90^\circ) =$ $=$
 $\tan(0^\circ) =$
- b) $\sin(30^\circ) = \cos(60^\circ) =$ $=$
 $\tan(30^\circ) =$
- c) $\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) =$ $=$
 $\tan(45^\circ) =$
- d) $\sin(90^\circ) = \cos(0^\circ) =$ $=$
 $\tan(90^\circ) =$



➤ **Série de Trigonométrie**
 ➤ **Notions élémentaires p.154**

Table des matières

Introduction	2
Matériel :	2
1. <i>Trigonométrie dans le triangle rectangle</i>	3
Le vocabulaire	3
Avant les nouvelles formules : Exercice	4
Les formules (magiques)	6
Formules pour retrouver un angle	7
Apprivoiser la calculatrice et les formules :	7
2. <i>Propriétés de trigonométrie</i>	10
Faire des liens :	10
Quelques valeurs particulières.....	11

